

40100317 KÜRESEL ASTRONOMİ
DERS NOTLARI

Prof.Dr.Ömer Lütfi Değirmenci

2005

1. BÖLÜM

KÜRESEL TRİGONOMETRİ

1.1. Giriş

Geceleyin gökyüzüne baktığımız zaman yıldızları, merkezinde biz gözlemcinin bulunduğu bir küre yüzeyine dağılmış olarak algılarız. Bunun nedeni, yıldızların çok uzak olmaları ve gözümüzün, yıldızların uzaklıklarını ayırt edememesidir. Bununla birlikte gök yüzündeki her hangi iki yıldızın doğrultuları arasındaki açıyı oldukça duyarlı olarak ölçebilecek teknolojiye sahibiz. O halde, gök küresi üzerine dağılmış olan gök cisimlerinin birbirlerine göre konumlarını ya da küre üzerinde seçilen referans çemberlerine göre olan konumlarını belirleyebiliriz. Bilindiği üzere, küre üzerindeki bir noktanın yeri, bu noktanın, seçilen iki referans çemberine göre yaptığı iki açı ile belirlenebilir. Örneğin yeryüzündeki her hangi bir coğrafi noktanın yeri, yer eşleği ve Greenwich'ten geçen boylam çemberi referans alınarak, bu noktanın, referans çemberleri ile yaptığı φ (enlem) ve λ (boylam) açıları ile belirlenir.

Gök küresinde de, yer yüzünde kullanılabilecek benzer şekilde ve küre üzerine kurulmuş kon düzenekleri (**koordinat sistemleri**) kurulabilir. Değişik amaçlar için değişik kon düzenekleri kurulabilir. Astronominin bir alt dalı olan “Küresel Astronomi”, gök küresinde amaca uygun olarak seçilen kon düzenekleri yardımıyla, gök cisimlerinin konumlarını belirlemeyi ve gözlenen bir çok gök olaylarını (doğma, batma, öz hareket, gün ve gece uzunlukları vb.) açıklığa kavuşturmayı amaçlar. Bu amaçla küresel astronomi genel olarak, küre üzerinde geçerli olan küresel geometriyi ve bunun doğal bir sonucu olarak da küresel trigonometriyi kullanır. Burada kürenin yarıçapının ne olduğunun bir önemi yoktur. Çünkü biz gök cisimlerinin uzaklıkları ile değil gök yüzündeki konumları ile ilgileneceğiz.

1.2. Büyük ve küçük çemberler

Bir küre yüzeyi ile küre merkezinden geçen bir düzlemin arakesiti, bu küre yüzeyine çizilebilecek en büyük çemberdir, Şekil 1.1'de *EAB* çemberi. O halde büyük çember bir küre üzerinde yarıçapı, küre yarıçapına eşit olacak şekilde çizilen çemberdir. Doğal olarak, büyük çemberin merkezi aynı zamanda kürenin merkezidir.

Küreyi kesen (teğet olmayan) fakat küre merkezinden geçmeyen düzlemin küre ile arakesiti ise küçük çember olarak adlandırılır, Şekil 1.1'de *FCD* çemberi.

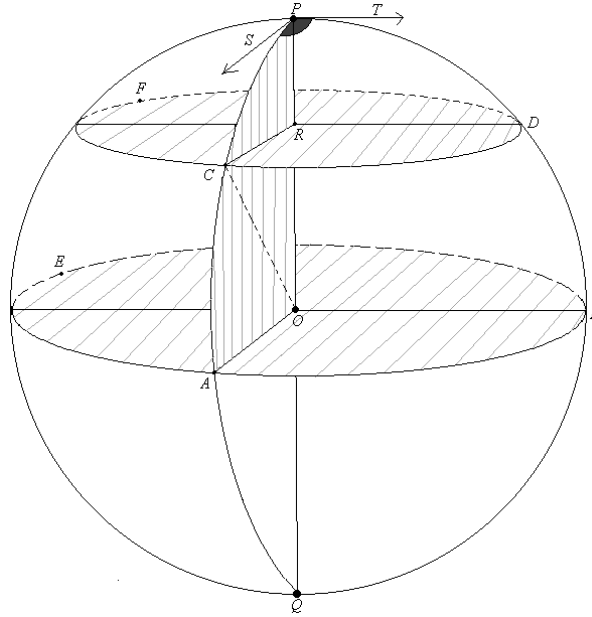
Küre üzerine çizilmiş bir çember dikkate alalım. Bu çemberin belirlediği düzleme dik olan küre çapının, küre yüzeyini deldiği noktalara söz konusu çemberin uçlak (kutup) noktaları denir. Başka bir söyleyişle, küre yüzeyine çizilmiş bir çemberin belirlediği düzleme, çemberin merkezinden çıkılan dikmenin küre yüzeyini deldiği noktalar söz konusu çemberin uçlak noktalarıdır. Bu tanımlama gereğince, küre yüzeyine bir birine paralel olacak şekilde çizilen bütün çemberler aynı uçlak noktalarına sahiptir. Örneğin, Şekil 1.1'de *FCD* küçük çemberi ile *EAB* büyük çemberi paralel olsun. Bu durumda, kürenin *PQ* çapı bu çemberlerin tanımladığı düzlemlere sırasıyla *R* ve *O* noktalarında dik ve *P* ve *Q* noktaları her iki çemberin de uçlak noktalarıdır. Sonuç olarak, aynı uçlak noktalarına sahip küre çemberleri paraleldir.

Büyük çemberlerin uçlak noktaları, ait oldukları çemberlerden daima 90° 'lik açısal uzaklıkta bulunur. Buna göre Şekil 1.1'de PA , PB ve PE yaylarının ölçüleri 90° 'dir (bu yayları küre merkezinde gören merkez açıların 90° olduğuna dikkat ediniz).

1.3. Küresel açı

Bir küre üzerine çizilen iki büyük çember yayı bir noktada kesişiyorsa, bu yayların arasında kalan bölgeye küresel açı denir. Bir küresel açının ölçüsü, kesim noktasından her iki büyük çember yayına çizilen teğetler arasında kalan düzlem açının ölçüsü ile belirlenir. Şekil 1.1'de, CPD bir küresel üçgendir ve ölçüsü, kesim noktası olan P noktasından PC ve PD büyük çember yaylarına çizilen PS ve PT teğetlerinin oluşturduğu SPT düzlem açısının ölçüsüne eşittir. Bu açı, aynı zamanda OAP düzlemi ile OBP düzlemi arasındaki ölçek açı, yani bu iki düzlemin kesim açısıdır. O halde bir küresel üçgenin ölçüsü, açığı oluşturan yayların belirlediği düzlemler arasındaki ölçek açı olarak da tanımlanabilir.

PS teğeti, OP yarıçapına P noktasında dik ve AOP düzleminde olduğundan da OA yarıçapına paraleldir. Aynı şekilde PT teğeti de OB yarıçapına paraleldir. Sonuç olarak SPT düzlem açısı ile AOB düzlem açısı aynı ölçüdedir. O halde CPD küresel üçgeninin ölçüsü olarak AOB açısının ölçüsünü ya da bu merkez açının gördüğü AB yayının ölçüsünü alabiliriz (merkez açı ile bu açının çember üzerinde ayırdığı yayın ölçüsü eşittir).

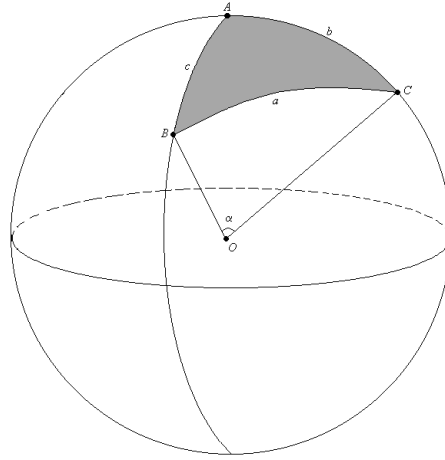


Şekil 1.1. Büyük ve küçük çemberler ile küresel açı.

1.4. Küresel üçgen

Bir küre üzerinde, üçü birlikte aynı bir çember üzerinde olmayan ve her üçü de kürenin aynı yarım küresinde olacak şekilde seçilen üç nokta, ikişer ikişer büyük çember yaylarıyla birleştirildiğinde, yay parçaları ile bunlar arasında kalan küre yüzeyi parçasına küresel üçgen denir. Küresel üçgenin kenarları büyük çember yayları ve açıları da küresel açılardır.

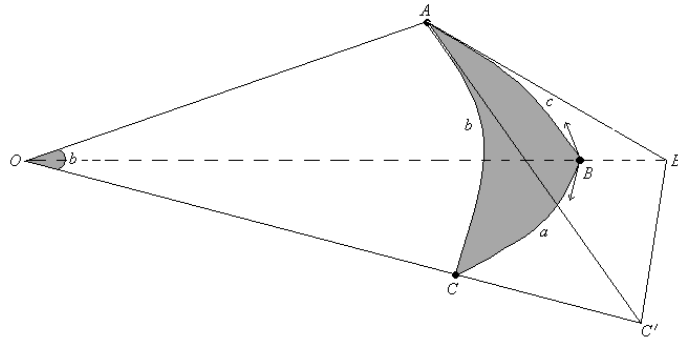
Şekil 1.2'de, O merkezli kürenin aynı bir yarım küresinde seçilen A , B ve C noktaları, ikişer ikişer, büyük çember yayları ile birleştirilerek ABC küresel üçgeni elde edilmiştir. AB , AC ve BC küresel üçgenin kenarları ve A , B , C 'de açılardır. B ve C noktalarını küre merkezinde gören açı α ise, BC yayının ölçüsü de α 'dır. Bir Küresel üçgenin köşeleri Büyük harflerle gösterilir. Kenarlar ise, karşısındaki açının küçük harfi ile gösterilirler. A , B ve C noktalarının hepsi kürenin aynı bir yarım küresinde olduğundan, a , b ve c kenarlarının her birinin ölçüsü 180° 'den küçüktür.



Şekil 1.2. Küresel üçgen

1.4.1. Küresel üçgenin iç açılarının toplamı

Küresel açının ölçüsü, açıyı oluşturan yayların belirlediği düzlemler arasındaki ölçek açısı olarak tanımlanmıştı ve bu nedenle de bir küresel üçgenin her bir açısının ölçüsü 180° 'den ve iç açılarının toplamı da 540° 'den küçüktür. Şimdi de iç açılar toplamı için bir alt sınır bulmaya çalışalım. Bunun için Şekil 1.3'ten yararlanabiliriz.



Şekil 1.3. Bir küresel üçgen ile düzlem üçgenin iç açılarının karşılaştırması.

Şekil 1.3’de, O merkezli bir küre yüzeyine çizilen ABC küresel üçgeninin, A köşesinden, b ve c kenarlarına çizilen teğetler, OB ve OC yarıçaplarının uzantılarını sırasıyla B' ve C' noktalarında kesiyor. Şimdi ABC küresel üçgeni ile $AB'C'$ düzlem üçgenlerinin iç açılarını karşılaştırabiliriz. A açısı, her iki üçgende de eşittir; B açısı, AB ve CB yaylarının belirlediği düzlemler arasındaki ölçek açısı olup bu iki düzlem arasındaki en büyük açıdır. O halde, B açısının ölçüsü, B' açısının ölçüsünden büyüktür. Benzer şeyler C ve C' açıları için de geçerlidir. O halde, ABC küresel üçgeninin iç açılarının toplamı, $AB'C'$ düzlem üçgeninin iç açıları toplamından yani 180° ’den büyüktür. Sonuç olarak bir ABC küresel üçgeninin iç açıları toplamı için

$$180^\circ < A + B + C < 540^\circ$$

dir.

Ayrıca, düzlem üçgenlerde olduğu gibi küresel üçgenlerde de, büyük açı karşısında büyük, küçük açı karşısında da küçük kenar bulunur. Küresel üçgen çözümlerinde bu özelliklerin mutlaka dikkate alınması gerekir.

1.5. Uçlak üçgen

Şekil 1.4’te verilen ABC küresel üçgenini dikkate alalım. BC kenarını üzerinde taşıyan büyük çemberin iki tane uçlak noktası vardır. Bu noktalardan biri ABC küresel üçgeninin bulunduğu yarım kürede öbürü de diğer yarım kürededir. a kenarının, ABC üçgeninin bulunduğu yarım küredeki uçlak noktasını A' ile gösterelim. Benzer olarak, b ve c kenarlarının, ABC ’nin bulunduğu yarım küredeki uçlak noktaları da, sırasıyla B' ve C' olsun. Böylece elde edilen $A'B'C'$ küresel üçgenine, ABC küresel üçgeninin uçlak üçgeni denir. ABC küresel üçgeninin açı ve kenarlarına ilişkin tüm sınırlamalar $A'B'C'$ küresel üçgeni için de geçerlidir.

ABC ’nin BC kenarının her iki yöndeki uzantıları, $A'B'C'$ uçlak üçgeninin $A'B'$ ve $A'C'$ kenarlarını, sırasıyla K ve L noktalarında kessin. A' , $KBCL$ büyük çember yayının bir uçlak noktası olduğundan ölçüsü $KBLC$ yayının ölçüsüne eşittir.

B' , AC kenarının (büyük çember yayı) uçlak noktası olduğundan, AC yayından dolayısıyla hem A hem de C noktalarından 90° açısal uzaklıktadır. Benzer olarak, C' noktası da AB kenarının uçlağıdır ve bu nedenle hem A hem de B noktalarından açısal uzaklığı 90° ’dir. Buna göre A noktası, hem B' hem de C' noktasından 90° açısal uzaklıktadır. O halde A noktası $B'C'$ büyük çember yayının uçlak noktasıdır. Benzer olarak, B noktası $A'C'$ yayının ve C noktası da $A'B'$ yayının uçlak noktasıdır. Sonuç olarak, $A'B'C'$ küresel üçgeni de ABC küresel üçgeninin bir uçlak üçgenidir. Yukarı da söylediklerimizden

$$CK = a + BK = 90^\circ$$

$$BL = a + CL = 90^\circ$$

Yazabiliriz. Buradan

$$a + (a + BK + CL) = 180^\circ$$

$$a + KL = 180^\circ$$

ya da

$$a + A' = 180^\circ$$

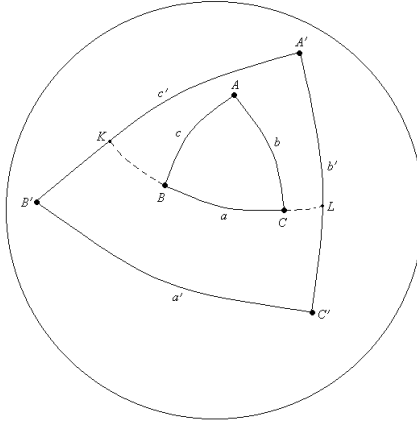
elde edilir. Benzer şeyler diğer ögeler için de geçerlidir. O halde ABC ve $A'B'C'$ uçlak üçgenlerinin ögeleri arasında

$$a + A' = 180^\circ, \quad b + B' = 180^\circ, \quad c + C' = 180^\circ \quad (1.1)$$

ve

$$a' + A = 180^\circ, \quad b' + B = 180^\circ, \quad c' + C = 180^\circ \quad (1.2)$$

ilişkileri vardır.



Şekil 1.4. ABC küresel üçgeni ile ABC 'nin $A'B'C'$ uçlak üçgeni.

1.6. Küçük çember yayının uzunluğu

Şekil 1.1'de, CD küçük çember yayının uzunluğunu hesaplamaya çalışalım.

$$CRD \text{ açısının ölçüsü} = \alpha \text{ radyan ve } RC = r$$

olmak üzere $CD = \alpha r$ olur. Şekilde

$$OA = R \text{ ve } AOC = \varphi$$

olarak alınırsa, ORC dik üçgeninden

$$r = R \sin(90 - \varphi) = R \cos \varphi$$

olur. O halde

$$CD = \alpha R \cos \varphi$$

Olur. Eğer kürenin yarıçapı birim ($R = 1$) olarak seçilirse,

$$CD = \alpha \cos \varphi \quad (1.3)$$

elde edilir. CD yayının uzunluğunun,

$$CD = (AB \text{ yayının ölçüsü}) \cdot \sin(PC)$$

Şeklinde de yazılabileceğini görmek gerekir.

1.7. Küresel trigonometrinin temel bağıntıları

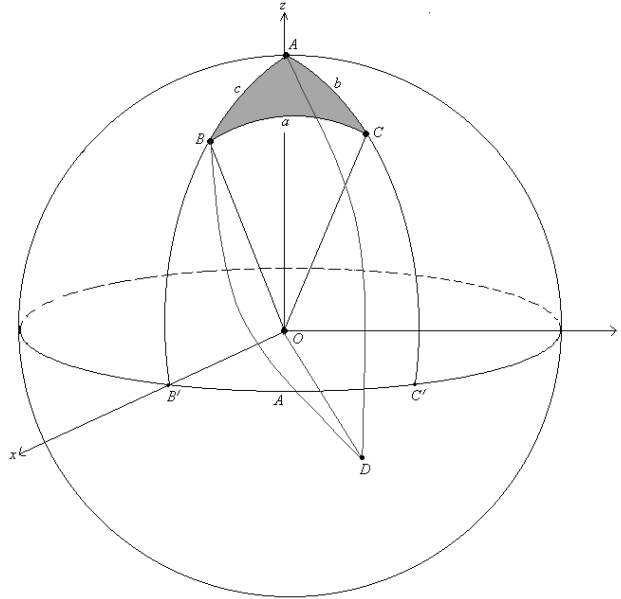
Şekil 1.5'te, O merkezli küre ve ABC küresel üçgeni verilmiştir. O , orijin; OA , z -ekseni ve OA 'ya, AB yayının belirlediği düzlemde dik olan doğrultu x -ekseni olacak şekilde xyz koordinat sistemi belirlenmiştir. AB büyük çember yayının uzantısı x -eksenini B' noktasında ve AC büyük çember yayının uzantısı da xy -düzlemini C' noktasında kesmektedir. Kürenin yarıçapını birim kabul edersek \vec{OA} , \vec{OB} ve \vec{OC} vektörleri için

$$\vec{OA} = (0, 0, 1) \quad (1.4a)$$

$$\vec{OB} = (\sin c, 0, \cos c) \quad (1.4b)$$

$$\vec{OC} = (\sin b \cos A, \sin b \sin A, \cos b) \quad (1.4c)$$

yazabiliriz.



Şekil 1.5. O merkezli küre ve küre merkezini orijin kabul eden xyz koordinat sisteminde A , B ve C noktalarının yeri.

1.7.1. Kenarlar için kosünüs formülleri

(1.4a-c) bağıntılarından yararlanarak, \vec{OB} ve \vec{OC} birim vektörlerinin skaler çarpımlarını yazalım

$$\vec{OB} \cdot \vec{OC} = \cos(\widehat{BOC}) = \sin b \sin c \cos A + \cos b \cos c. \quad (1.5)$$

BOC açısı, ABC üçgeninin a kenarının ölçüsüne eşit olduğundan (1.5) bağıntısı

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \quad (1.6)$$

şeklinde yazılabilir. ABC üçgeninin köşelerini uygun şekilde harflendirerek (1.6) bağıntısının diğer iki alternatif şekli de elde edilebilir. Buna göre kenarlar için kosünüs formülleri

$$\left. \begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \cos b &= \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

bağıntıları ile verilir.

1.7.2. Sinüs formülleri

Şimdi de \vec{OB} ve \vec{OC} birim vektörlerinin, sağ el kuralına göre vektörel çarpımlarını dikkate alalım. Vektörel çarpım hem \vec{OB} hem de \vec{OC} vektörüne dik olan başka bir vektördür. Bu vektörün küreyi deldiği noktayı D ile gösterelim. O halde \vec{OD} birim vektör olmak üzere

$$\vec{OC} \times \vec{OB} = \vec{OD} \sin a = (\sin b \cos A, \sin b \sin A, \cos b) \times (\sin c, 0, \cos c)$$

ve gerekli çarpım yapılarak

$$\vec{OD} \sin a = (\sin b \cos c \sin A, \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A, -\sin b \sin c \sin A) \quad (1.8)$$

bağıntısı elde edilir. Şimdi \vec{OD} vektörünü oluşturalım. Şekil 1.5'ten yararlanarak

$$\vec{OD} = (\sin AD \cos BAD, \sin AD \sin BAD, \cos AD) \quad (1.9)$$

yazabiliriz. (1.8) ve (1.9) bağıntıları birleştirilerek

$$\sin b \cos c \sin A = \sin a \sin AD \cos BAD \quad (1.10.a)$$

$$\cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A = \sin a \sin AD \sin BAD \quad (1.10.b)$$

$$-\sin b \sin c \sin A = \sin a \cos AD \quad (1.10.c)$$

bağıntılarını elde ederiz. ABD küresel üçgeninde,

$$ABD = ABC + CBD = B + 90$$

yazabiliriz. Aynı üçgende kosünüs formülünden de

$$\cos AD = \cos AB \cos BD + \sin AB \sin BD \cos ABD$$

$BD = 90^\circ$ ve $AB = c$ olduğundan,

$$\cos AD = -\sin c \sin B \quad (1.11)$$

olur. (1.11) ifadesini, (1.10c) bağıntısında yerine yazarsak

$$\sin b \sin A = \sin a \sin B$$

ya da

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} \quad (1.12)$$

eşitliği elde edilir.

Aynı oran, c kenarı ve C açısı için de geçerli olacağından, ABC küresel üçgeni için sinüs formülleri olarak

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C} \quad (1.13)$$

eşitlikleri elde edilir.

1.7.3. “Sinüs kenar, kosünüs açı” formülleri

Şekil 1.5’teki ABD küresel üçgenine sinüs formüllerini uyguladığımızda,

$$\frac{\sin AB}{\sin ADB} = \frac{\sin AD}{\sin ABD} = \frac{\sin BD}{\sin BAD}$$

elde edilir. $ABD = 90 + B$ ve $BD = 90^\circ$ olduğundan, yukarıdaki son eşitlikten

$$\sin AD \cdot \sin BAD = \cos B \quad (1.14)$$

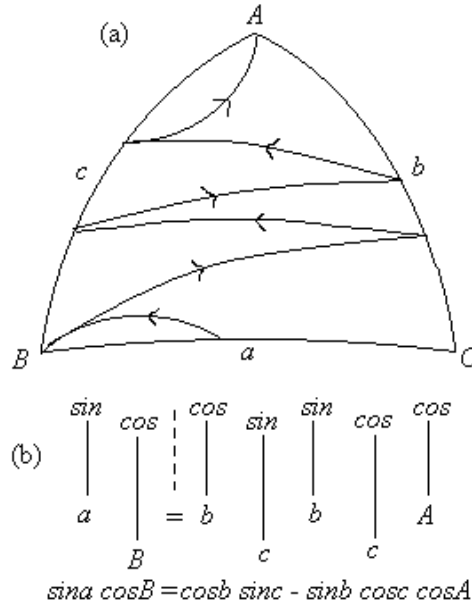
elde edilir. (1.14) ifadesi, (1.10b) eşitliğinde yerine yazıldığında da

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \quad (1.15)$$

ifadesi elde edilir. Yine, ABD üçgeninin uygun şekilde isimlendirilmesiyle, “sinüs kenar, kosünüs açı” formülleri dediğimiz aşağıdaki eşitlikler kolayca elde edilebilir:

$$\left. \begin{aligned}
 \sin a \cos B &= \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A \\
 \sin a \cos C &= \cos c \sin b - \sin c \cos b \cos A \\
 \sin b \cos A &= \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B \\
 \sin b \cos C &= \cos c \sin a - \sin c \cos a \cos B \\
 \sin c \cos A &= \cos a \sin b - \sin a \cos b \cos C \\
 \sin c \cos B &= \cos b \sin a - \sin b \cos a \cos C
 \end{aligned} \right\} (1.16)$$

Yukarıdaki bağıntıları hatırlamak zor olabileceğinden şöyle bir yöntem izlenebilir: Önce ABC küresel üçgeni çizilir. İstenilen bir kenardan ve istenilen yönde olmak üzere Şekil 1.6'daki gibi bir yol izlenerek, son olarak başlanılan kenarın karşısındaki köşeye ulaşılır. Daha sonra biraz boşluk bırakılarak \sin , \cos , \sin , \cos yazılır. Aradaki boşluklara ise \cos , \sin , \cos yazılır. İlk iki terim eşitliğin sol tarafını oluşturmaktadır. Son olarak da ilk terimin altından başlayarak üçgende işaretli yol boyunca rastlanan öğeler yazılarak sinüs kenar, kosünüs formülü elde edilmiş olur.



Şekil 1.6. Sinüs kenar, kosünüs açı formülü için hatırlatma diyagramı.

Böylece elde edilen üç temel formül yardımıyla, küresel üçgenler kolayca çözülebilir. Bununla birlikte uçlak üçgen özelliğinden yararlanılarak yeni ve kullanışlı başka formüller de elde edilebilir.

1.8. Diğer bağıntılar

önceki kesimde elde edilen formüller yardımıyla küresel trigonometride kullanılan başka yararlı formüller de elde edilebilir. Bu kesimde bu türden bazı formüller verilecektir.

1.8.1. Açılar için kosünüs formülleri

(1.1) ve (1.2) ifadeleri, (1.7) eşitliklerinin birincisinde kullanıldığında,

$$\cos A' = -\cos B' \cos C' + \sin B' \sin C' \cos a'$$

bağıntısı elde edilir. Benzer bağıntılar diğer iki eşitlikten de elde edilir. Üsleri yazmazsak, açılar için kosünüs formülleri

$$\left. \begin{aligned} \cos A &= -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a \\ \cos B &= -\cos A \cos C + \sin A \sin C \cos b \\ \cos C &= -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

olur.

1.8.2. “Sinüs açılı, kosünüs kenar” formülleri

(1.1) ve (1.2) ifadeleri, (1.16) eşitliklerinde kullanılarak, aşağıdaki sinüs açılı, kosünüs kenar formülleri kolaylıkla elde edilebilir:

$$\left. \begin{aligned} \sin A \cos b &= \cos B \sin C + \sin B \cos C \cos a \\ \sin A \cos c &= \cos C \sin B + \sin C \cos B \cos a \\ \sin B \cos a &= \cos A \sin C + \sin A \cos C \cos b \\ \sin B \cos c &= \cos C \sin A + \sin C \cos A \cos b \\ \sin C \cos a &= \cos A \sin B + \sin A \cos B \cos c \\ \sin C \cos b &= \cos B \sin A + \sin B \cos A \cos c \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

1.8.3. Kenarlar için Borda formülleri

a kenarına göre yazılan kosünüs formülünden

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c} \quad (1.19)$$

yazılabilir. Yukarıdaki ifade birden çıkarılıp ve toplandığında, sırasıyla,

$$1 - \cos A = \frac{\cos(b-c) - \cos a}{\sin b \sin c} \quad (1.20a)$$

$$1 + \cos A = \frac{-\cos(b+c) + \cos a}{\sin b \sin c} \quad (1.20b)$$

eşitlikleri elde edilir.

$$\cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 = 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2}$$

ve

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

özdeşliklerinden yararlanılarak, (1.20a) ve (1.20b) bağıntıları

$$\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{\sin \frac{b-c+a}{2} \sin \frac{a+c-b}{2}}{\sin b \sin c} \quad (1.21a)$$

$$\cos^2 \frac{A}{2} = \frac{\sin \frac{a+b+c}{2} \sin \frac{b+c-a}{2}}{\sin b \sin c} \quad (1.21b)$$

şeklinde yazılabilir. Burada,

$$a + b + c = 2u \quad (1.22)$$

tanımlaması yapılırsa,

$$\left. \begin{aligned} a + b - c &= 2(u - c) \\ a + c - b &= 2(u - b) \\ b + c - a &= 2(u - a) \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

yazabiliriz. Böylece (1.21a) ve (1.21b) ifadeleri

$$\sin \frac{A}{2} = \left[\frac{\sin(u-b) \sin(u-c)}{\sin b \sin c} \right]^{1/2} \quad (1.24a)$$

$$\cos \frac{A}{2} = \left[\frac{\sin u \sin(u-a)}{\sin b \sin c} \right]^{1/2} \quad (1.24a)$$

şekline dönüşür. Bu son iki bağıntının oranlanmasıyla da,

$$\tan \frac{A}{2} = \left[\frac{\sin(u-b)\sin(u-c)}{\sin u \sin(u-a)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.25)$$

A açısı için Borda formülü elde edilir. Bordo formülünü daha kullanışlı hale getirebiliriz. Bunun için önce,

$$m = \left[\frac{\sin(u-a)\sin(u-b)\sin(u-c)}{\sin u} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.26)$$

tanımlamasını yapalım. Buna göre borda formülleri aşağıdaki gibi olur:

$$\left. \begin{aligned} \tan \frac{A}{2} &= \frac{m}{\sin(u-a)} \\ \tan \frac{B}{2} &= \frac{m}{\sin(u-b)} \\ \tan \frac{C}{2} &= \frac{m}{\sin(u-c)} \end{aligned} \right\} \quad (1.27)$$

Buna göre, üç kenarı bilinen bir küresel üçgenin açılarını bulmak için Borda formüllerini kullanmak, temel formülleri kullanmaktan daha avantajlıdır.

1.8.4. Açılar için Borda formülleri

Uçlak üçgen özellikleri ile (1.26) ve (1.27) bağıntılarından yararlanarak açılar için Borda formüllerini elde edebiliriz. Bunun için

$$A + B + C = 2U \quad (1.28)$$

ve

$$n = \left[\frac{-\cos U}{\cos(U-A)\cos(U-B)\cos(U-C)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.29)$$

tanımlamaları ile, açılar için Borda formüllerini

$$\left. \begin{aligned} \tan \frac{a}{2} &= n \cos(U-A) \\ \tan \frac{b}{2} &= n \cos(U-B) \\ \tan \frac{c}{2} &= n \cos(U-C) \end{aligned} \right\} \quad (1.30)$$

şeklinde elde edriz.

1.9. Küçük açılar için trigonometrik oranlar

θ , radyan cinsinden küçük bir açı ise,

$$\sin \theta \cong \theta \text{ radyan}, \quad \tan \theta \cong \theta \text{ radyan}, \quad \cos \theta \cong 1 \text{ radyan}$$

yaklaşımları geçerlidir. Radyan ile derece ve açı saniyesi arasında

$$\begin{aligned} 1 \text{ radyan} &= \frac{360}{2\pi} = 57^\circ 17' 44'' \\ &= 3437.75' \\ &= 206265'' \end{aligned}$$

ilişkileri vardır. O halde,

$$1'' = \frac{1}{206265} \text{ radyan}$$

ve

$$1' = \frac{1}{3437.75} \text{ radyan}$$

dır. Buna göre

$$\sin 1'' = \frac{1}{206265} \tag{1.31a}$$

$$\sin 1' = \frac{1}{3437.75} \tag{1.31b}$$

elde edilir.

$$\theta \text{ radyan} = \frac{\theta''}{206265} = \theta'' \sin 1'',$$

$$\theta \text{ radyan} = \frac{\theta'}{3437.75} = \theta' \sin 1'$$

olup, θ'' ve θ' , sırasıyla, θ radyan içerisindeki açı saniyeleri ile açı dakikalarının sayısıdır. Buna göre

$$\sin \theta'' = \theta'' \sin 1'', \tag{1.32a}$$

$$\sin \theta' = \theta' \sin 1' \tag{1.32b}$$

ifadelerini yazabiliriz. Benzer olarak,

$$\tan \theta'' = \theta'' \sin 1'', \tag{1.33a}$$

$$\tan \theta' = \theta' \sin 1' \tag{1.33b}$$

yazılabilir.

Küresel astronomide bazen açılar, saat birimlerinde ölçülür. Örneğin sağ açıklık ve saat açıları saat birimlerindedir. 24 saat, 360°'ye karşılık gelir. Buna göre, saat birimleri ile derece birimleri arasında

$$1^{sa} = 15^{\circ}, \quad 1^{dk} = 15', \quad 1^s = 15''$$

dönüşümleri vardır. Buna göre

$$\sin 1^{dk} = 15 \sin 1' \quad (1.34a)$$

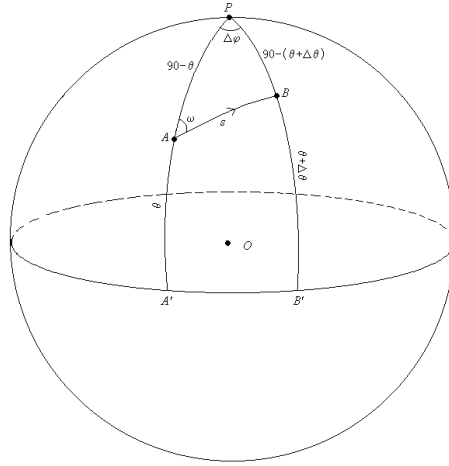
$$\sin 1^s = 15 \sin 1'' \quad (1.34b)$$

olur. Eğer, küçük bir H açısının zaman dakikası birimindeki karşılığı H^{dk} ve zaman saniyesi birimindeki karşılığı H^s ise, bu durumda

$$\sin H = \sin H^{dk} = 15 H^{dk} \sin 1' \quad (1.35a)$$

$$\sin H = \sin H^s = 15 H^s \sin 1'' \quad (1.35a)$$

bağıntıları elde edilir.



Şekil 1.7. Küre üzerinde A noktasından B noktasındaki küçük bir yer değiştirmenin geometrisi.

1.10. Küre üzerinde küçük yer değiştirmeler için formüller

Şekil 1.7'deki A noktası, AP ile ω açısı yapan doğrultuda, küçük bir s yayı kadar yer değiştirmiş olsun. Bu durumda, yatay ve düşey doğrultulardaki yer değiştirmeleri, sırasıyla $\Delta\theta$ ve $\Delta\varphi$ ile gösterebiliriz. Amacımız, yatay ve düşey doğrultulardaki yer değiştirme miktarlarını bilinenler cinsinden hesaplamaktır. Burada A noktasının koordinatları (θ, φ) ,

yer değiştirmenin durum açısı ω ile yer değiştirme miktarı s 'nin bilindiği varsayılıyor. PAB üçgeninde kosünüs ve sinüs formüllerinden

$$\cos s = \sin \theta \sin(\theta + \Delta\theta) + \cos \theta \cos(\theta + \Delta\theta) \cos \Delta\varphi \quad (1.36a)$$

$$\sin(\theta + \Delta\theta) = \sin \theta \cos s + \cos \theta \sin s \cos \omega \quad (1.36b)$$

$$\frac{\cos(\theta + \Delta\theta)}{\sin \omega} = \frac{\sin s}{\sin \Delta\varphi} \quad (1.36c)$$

bağıntılarını yazabiliriz.

$\sin(\theta + \Delta\theta)$ ve $\cos(\theta + \Delta\theta)$ 'nin (1.36b) ve (1.36c)'de verilen ifadeleri (1.36a)'da yerine yazılırsa,

$$\cos s = \sin \theta \left[\sin \theta \cos s + \cos \theta \sin s \cos \omega \right] + \cos \theta \frac{\sin s \sin \omega}{\sin \Delta\varphi} \cos \Delta\varphi \quad (1.37)$$

ve buradan da, yatay doğrultudaki yer değiştirme için

$$\tan \Delta\varphi = \frac{\sin \omega \sin s}{\cos \theta \cos s - \sin \theta \sin s \cos \omega} \quad (1.38)$$

bağıntısı elde edilir. Şimdi de düşey doğrultudaki $\Delta\theta$ yer değiştirmesi için bir bağıntı elde etmeye çalışalım. Sinüs aç, kosünüs kenar formülleri (1.18)'de verilmişti. Şekil 1.7'deki PAB küresel üçgenine bu formüllerden uygun olanını ve sinüs formüllerini uygulayarak

$$\sin a \sin B = \sin b \sin A$$

$$\sin B \cos a = \cos A \sin P + \sin A \cos P \cos b$$

bağıntıları elde edilir. Bu bağıntılardan birincisi $-\cos b$ ve ikincisi de $\sin b$ ile çarpılıp taraf tarafa toplanır ve gerekli trigonometrik özelliklerden yararlanılarak,

$$\sin(b - a) = \sin p \left[\cos A - \sin A \cos b \tan \frac{P}{2} \right]$$

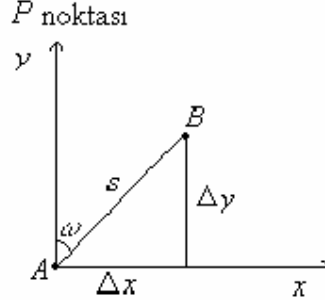
bağıntısı elde edilir. Söz konusu küresel üçgende $b - a = \Delta\theta$, $p = s$, $A = \omega$, $b = 90 - \theta$ ve $P = \Delta\varphi$ olduğuna göre, yukarıdaki bağıntıdan

$$\sin \Delta\theta = \sin s \left[\cos \omega - \sin \omega \sin \theta \tan \frac{\Delta\varphi}{2} \right] \quad (1.39)$$

elde edilir. Böylece (1.38) ve (1.39) bağıntıları, gök küresindeki bir cismin, uçlak ile ω açısı yapan bir doğrultuda, küçük bir s yayı kadar yer değiştirmesi sonucunda, θ ve φ koordinatlarında meydana gelecek $\Delta\theta$ ve $\Delta\varphi$ değişimlerini verirler.

1.11. Küçük yer değiştirme formüllerinin uygulaması

Şekil 1.7’de, A noktasındaki bir gök cismnin, küçük bir yer değiştirme ile B noktasına geldiğini varsayalım. Yatay ve dūřey doğrultulardaki yer değiştirme miktarları, sırasıyla, $\Delta\varphi$ ve $\Delta\theta$ olsun ve cisim A ve B noktalarında iken fotoğrafı çekilmiş olsun. A noktası orijin, A noktasından PA yayına çizilen teğet y -ekseni ve A ’dan, y -eksenine çizilen dikme de x -ekseni olarak seğilsin. Yer değiştirme çok küçük olduğundan s yayı, fotoğraf plağında bir doğru olarak alınabilir. Böylece, Şekil 1.7’de s ile gösterilen, gerçek yerdeğiştirmeği, Şekil 1.8’de, fotoğraf plağı düzleminde kurduğumuz xy -koordinat sisteminde temsil edebiliriz.



Şekil 1.8. Fotoğraf plağında yer değiştirme.

Gök küresindeki gerçek yer değiştirmeler ile, fotoğraf plağındaki gözlenen yer değiştirmeler arasında

$$\Delta x = s \sin \omega \quad (1.40a)$$

$$\Delta y = s \cos \omega \quad (1.40b)$$

burada s ile Δx ve Δy niceliklerinin her üçünün de aynı birimde alınması gerektiği unutulmamalıdır s yayı çok küçük olduğundan, (1.38) ve (1.39) bağıntılarında, $\sin s \cong s$ (radyan) ve $\cos s \cong 1$ alınabilir. (1.40a) ve (1.40b) bağıntılarının da yardımıyla

$$\cos \theta \tan \Delta \varphi = \frac{\Delta x}{1 - \Delta y \tan \theta} \quad (1.41a)$$

$$\sin \Delta \theta = \Delta y - \Delta x \sin \theta \tan \frac{\Delta \varphi}{2} \quad (1.41b)$$

eşitliklerini elde edilir. Bu eşitliklerde bir ilk yaklaşım olarak, $\tan \Delta \varphi \cong \Delta \varphi$ ve $\sin \Delta \theta \cong \Delta \theta$ alınabilir. Böylece

$$\Delta x = \Delta \varphi \cos \theta (1 - \Delta y \tan \theta) \quad (1.42a)$$

$$\Delta y = \Delta \theta + \frac{1}{2} \Delta \varphi \Delta x \sin \theta \quad (1.42b)$$

yaklaşık formülleri elde edilir. Burada, s , ω ve θ gözlemlerden elde edilen ölçüm değerleri olup, ilk önce (1.40a) ve (1.40b) bağıntılarından Δx ve Δy hesaplanır, sonra da (1.42a) ve (1.42b) bağıntılarından $\Delta\theta$ ve $\Delta\varphi$ yer değiştirme miktarları bulunur.

İrdeleme: Uçlaktan çok uzak yıldızlar durumu

Eğer yıldız uçlaktan çok uzakta ise, yukarıdaki eşitliklerin sağ taraflarındaki ikinci terimler ihmal edilebilir. Böylece uçlaktan uzak yıldızlar için kullanabileceğimiz aşağıdaki iki basit dönüşüm formülü elde edilir:

$$\Delta x = \Delta\varphi \cos\theta \quad (1.43a)$$

$$\Delta y = \Delta\theta \quad (1.43b)$$

2. BÖLÜM

KÜRESEL KON DÜZENEKLERİ

2.1. Giriş

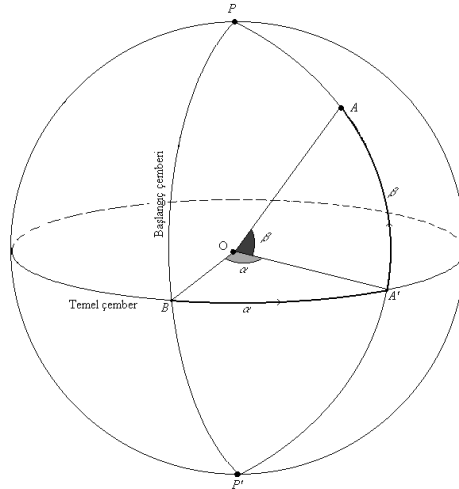
Bu bölümde, astronomide sıkça kullanılan ve her biri belirli bir amaca göre oluşturulmuş olan küresel kon düzenekleri anlatılacaktır. Küre yüzeyindeki bir noktanın yeri, belirli başlangıçlara göre ölçülen iki açı ile tamamen belirlenebilir. Bu nedenle yapılması gereken şey, küre üzerinde böylesi başlangıç çemberlerini belirlemek ve bunlar yardımıyla yatay ve düşey doğrultulardaki koordinat açılarını tanımlamaktır. Böylesi bir koordinat sistemini aslında hepimiz kullanmaktayız: coğrafi kon düzeneği. Bu koordinat sisteminde başlangıç çemberleri: yatay açı (boylam) için, Greenwich'in boylam çemberi ve düşey açı (enlem) için de yer eşleği (ekvator) dir.

2.2. Genel küresel kon düzeneği

Genel olarak bir kon düzeneği aşağıdaki öğelerden oluşur:

- Temel çember. Düşey doğrultudaki açıların ölçümü için başlangıç çemberidir. Temel çemberin uçlak noktalarına kon düzeneğinin uçlakları denir.
- Başlangıç yarı çemberi. Yatay doğrultudaki açı için başlangıçtır.
- İki açı, ölçüm yönleri ve sınırları. Küre üzerindeki bir noktanın, başlangıç çemberi ile temel düzleme açısal uzaklıklarını veren ve birincisi yatay doğrultuda, ikincisi de düşey doğrultuda ölçülen iki açı. Bu açıların ölçüm yönleri ve ölçüm sınırları tanımlanmalıdır.

Şekil 2.1'de, örnek bir küresel kon düzeneği gösterilmiştir. Burada, B ve A' noktalarından geçen büyük çember, temel düzlem olarak seçilmiştir. Temel çemberin uçlak noktaları olan P ve P' noktaları aynı zamanda kon düzeneğinin de uçlaklarıdır. Uçlaklardan ve B noktasın-



Şekil 2.1. Genel bir küresel kon düzeneği ve küre üzerindeki bir A noktasının koordinat açıları.

dan geçen yarım-büyük çember, başlangıç yarı çemberi olarak seçilmiştir. Temel çember ile başlangıç yarı çemberinin bir birlerini dik açı ile kestiklerine dikkat edilmelidir. A küre üzerindeki herhangi bir noktayı temsil etmek üzere, uçlaktan ve A noktasından geçen yarı büyük çemberi çizelim. Bu yay, temel çemberi A' noktasında kesmektedir. A' noktasına, A noktasının temel çember üzerindeki izdüşümü denir. Şimdi A noktasının küre üzerindeki yerini belirleyen iki açı tanımlayabiliriz. Şekle göre, A noktasının yatay doğrultudaki koordinat açısı, temel çember üzerinde, B noktasından, A' noktasına kadar olan yay ya da küre merkezinde BA' yayını gören merkez açıdır ve α ile gösterilmiştir. Dikkat edilirse yatay açı, başlangıç yarı çemberi ile, uçlaktan ve A noktasından geçen yarı büyük çemberin belirlediği düzlemler arasındaki açıdır. Bu açının ölçüm yönü şekilde, pozitif yön (saatin dolanma yönünün tersi) olarak seçilmiştir. Düşey açı ise, A noktasından ve uçlaktan geçen yarı büyük çember boyunca, temel çemberden, A noktasına kadar olan yay (AA' yayı) ya da küre merkezinde, bu yay parçasını gören merkez açıdır. Şekilde A noktasının düşey açısı β ile gösterilmiştir.

Düşey açı, temel çemberden P uçağına doğru 0° ile $+90^\circ$ arasında ve temel çemberden P' uçağına doğru da 0° ile -90° arasında ölçülür. Küresel kon düzeneklerinde yatay açı, genellikle 0° ile 360° derece arasında ölçülür (bazen 0° ile $+180^\circ$ ve 0° ile -180° arasında da ölçüldüğü olur). Bazı astronomik kon düzeneklerinde yatay açı, saat birimlerinde (0^{sa} ile 24^{sa} arasında) ölçülmektedir. Yatay açının ölçüm yönü, pozitif ya da negatif yönde olabilmektedir.

2.3. Yer yüzü kon düzenekleri

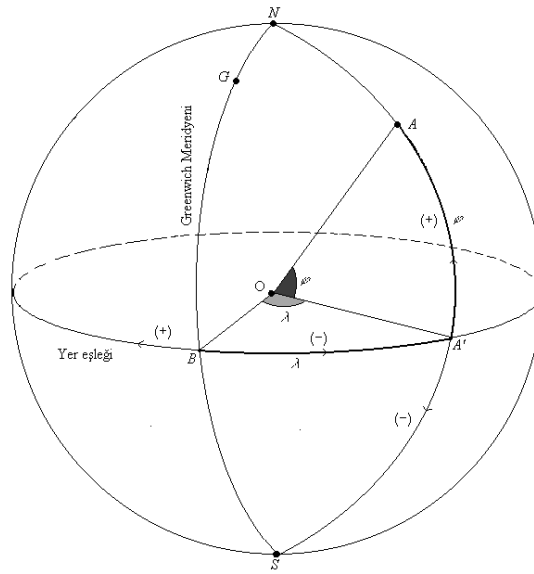
Bilindiği gibi, yer ideal bir küre olmayıp, kutuplarından biraz basıktır. Ancak duyarlılığın çok önemli olmadığı durumlarda, bir ilk yaklaşım olarak, yerin şekli küre olarak alınabilir. Okyanus sularının ortalama düzeyi, çekimsel olarak dengededir ve bu nedenle bir eşpotansiyel yüzey oluşturur. Okyanus suları ve onun yer altında devam eden kısmının, birlikte oluşturdukları eşpotansiyel yüzeye ise geoid denir. Normalde deniz seviyesi ile anlatılmak istenen şey de bu geoid yüzeyidir. Geoidin tanımını gereğince, yerel çekim, her yerde, geoid yüzeyine normal yani diktir. Bu yüzey, bazı yerel düzensizlikler gösterse de, dönele bir elipsoid ile yani bir sferoid ile iyi bir şekilde temsil edilebilir. Dönele elipsin eksenini, aynı zamanda yerin dönme eksenidir. Bu nedenle, özellikle jeodezik ölçümlerde standart bir sferoid kabul edilir ve kullanılır.

Yerin merkezinden geçen ve dönme eksenine dik olan düzlem ile yer yuvarlağının arakesiti yer eşleği olarak adlandırılır. Yer yuvarlağı üzerine, yer eşleğine paralel olacak şekilde çizilen çemberlere de enlem çemberleri ya da paraleller denir. Yerin uçlaklarından geçen düzlemlerin, yer yuvarlağı ile arakesitleri ise meridyen ya da boylam çemberleri olarak adlandırılır.

Yer yuvarlağı, eşleğe paralel ve aralarındaki açısal uzaklık 1° olacak şekilde, ana enlem çemberlerine (paraleller) ve yer uçlaklarından geçen ve aralarında yine 1° lik açısal uzaklıklar olan büyük yarı çemberlerle de, meridyenlere (boylamlar) ayrılmıştır. Yer yüzündeki bir noktanın yeri, söz konusu noktanın boylam (yatay açı) ve enlemi (düşey açı) ile belirlenir. Fakat kullanılan modele bağlı olarak (küresel, elipsoid vd.), enlem açıları farklılık gösterir. Boylam açısı modellerin hepsinde aynıdır. Model olarak ne seçilirse seçilsin, yer yüzü kon düzeneklerinde temel düzlem, yer eşleği ve başlangıç yarı çemberi de,

Londra yakınlarındaki Greenwich Gözlemevi'nden geçen meridyendir (Şekil 2.1). Başka bir deyişle, yer yüzündeki bir noktanın enlemi, bu noktadan geçen çember boyunca, söz konusu noktanın yer eşleğinden olan açısal uzaklığı (Şekil 2.1'de $A'A$ yayı ya da yer merkezinde, bu yayı gören merkez açısı) ve boylamı da, bu noktadan geçen meridyen ile Greenwich'ten geçen meridyen arasındaki açısal uzaklıktır (Şekil 2.1'de BA' yayı ya da yer merkezinde, bu yayı gören merkez açısı).

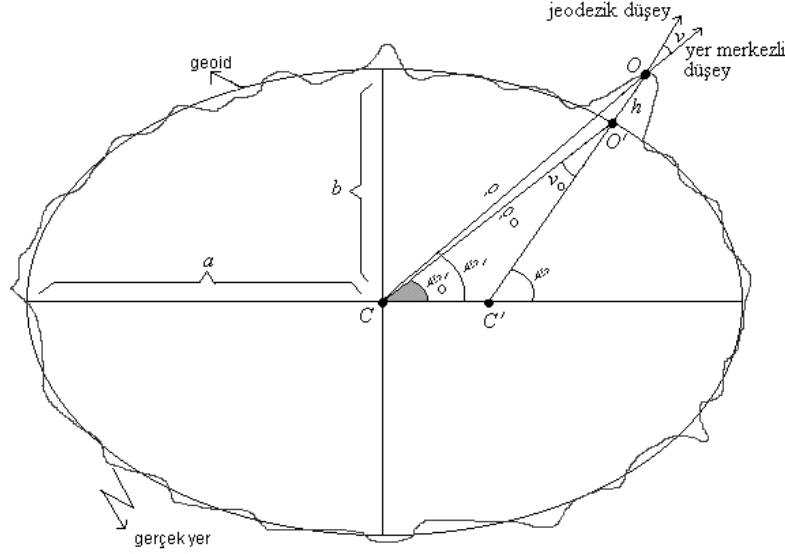
Boylam açısı, Greenwich'ten doğuya doğru 0° ile -180° arasında ve batıya doğru da 0° ile $+180^\circ$ arasında ölçülür. Boylam açısı, saat biriminde de ifade edilir. Buna göre boylam açısı, Greenwich'in doğusunda, 0^{sa} ile -12^{sa} arasında, batısında ise, 0^{sa} ile $+12^{\text{sa}}$ arasında değişir. Enlem açısı ise, eşlekten, yerin kuzey uçlağına doğru 0° ile $+90^\circ$ arasında ve eşlekten, yerin güney uçlağına doğru 0° ile -90° arasında ölçülür.



Şekil 2.1. Yer yuvarlağı kon düzeni.

2.3.1. Coğrafi ve yer merkezli enlemler arasındaki ilişki

Şekil 2.2'de, gerçek yer yuvarlağı ile geoidi temsil eden spheroidin, yerin uçlaklarından geçen bir düzlem ile arakesiti gösterilmiştir. Spheroidin, meridyenel düzlem ile arakesiti büyük eksen uzunluğu a (yerin eşlek yarıçapı) ve küçük eksen uzunluğu b (yerin uçlak yarıçapı) olan bir elipstir. O , yer yüzünde bir nokta ve bu noktadaki geodezik düşeyin (coğrafi düşey), spheroidi kestiği nokta O' ve yerin eşlek düzlemini kestiği nokta da C olsun. Burada yeniden belirtelim ki, coğrafi düşey, spheroidin yüzeyine normal yani diktir. Şekilde, O noktasının deniz seviyesinden yüksekliği, yani OO' , h ile gösterilmiştir. ρ ve ρ_0 ise, sırasıyla O ve O' noktalarının yer merkezli yarıçaplarıdır. Bundan başka, O noktasındaki geodezik (coğrafi) düşey ile yer merkezli düşeyin, yer eşleği ile yaptığı açılar yani, O noktasındaki coğrafi ve yer merkezli enlemler, sırasıyla φ ve φ' ile gösterilmiştir. Coğrafi ve yer merkezli düşeyler arasındaki açığa, düşey açısı denir. Şekilde, O noktasındaki düşey açısı ν ile, O' noktasındaki ise ν_0 ile gösterilmiştir.



Şekil 2.2. Yer yuvarlağı ve spheroidin, yerin uçlaklarından geçen bir düzlem ile arakesiti.

Astronomik düşey, yukarıda tanımlanan iki düşeyden de farklıdır. Astronomlar, düşey olarak, gözlem noktasındaki çekül doğrultusunu kullanırlar. Bununla birlikte, coğrfi düşey ile astronomik düşeyin, hemen hemen aynı olduğunu belirtmekte yarar vardır. Karışıklığa neden olmamak için, Şekil 2.2’de astronomik düşey gösterilmemiştir. Astronomik enlem, yaklaşık olarak coğrafi enleme eşittir. Günlük hayatta, örneğin haritalarda, kullanılan enlem, coğrafi enlemdir.

Standart spheroid, a eşlek yarıçapı ve f basıklığı ile tanımlanır. a , b ve f arasında

$$b = a(1 - f) \quad (2.1)$$

bağıntısı vardır. Böylece, Şekil 2.2’deki elipsinin denklemi

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2(1 - f)^2} = 1 \quad (2.2)$$

olur. Şimdi, coğrafi ve yer merkezli enlemler arasındaki ilişkiyi araştırabiliriz. O noktasının dik kon sayıları (x_o, y_o) , O' noktasının dik kon sayıları da (x, y) ise

$$\left. \begin{aligned} \rho \cos \varphi' &= x_o = x + h \cos \varphi \\ \rho \sin \varphi' &= y_o = y + h \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

yazabiliriz. (x, y) noktası elips üzerinde olduğundan, (2.2) bağıntısını sağlar. Elipsin, O' noktasındaki normalinin eğimi

$$m = \tan \varphi = -\frac{dx}{dy} \quad (2.4)$$

bağıntısıyla verilir. (2.2) bağıntısının diferansiyeli alınır ve (2.4) bağıntısı da kullanılırsa

$$y = x(1-f)^2 \tan \varphi \quad (2.5)$$

elde edilir. (2.5) ifadesini (2.2) denkleminde kullanırsak, x koordinatı için

$$x = \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{\cos^2 \varphi + (1-f)^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.6)$$

eşitliğini elde ederiz. Eğer,

$$\left. \begin{aligned} C &= [\cos^2 \varphi + (1-f)^2 \sin^2 \varphi]^{-1/2} \\ S &= (1-f)^2 C \end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

tanımlamalarını yaparsak,

$$\begin{aligned} x &= aC \cos \varphi \\ y &= aS \sin \varphi \end{aligned} \quad (2.8)$$

eşitliklerini yazabiliriz. Yukarıdaki ifadeleri, (2.3) bağıntılarında kullanarak da,

$$\left. \begin{aligned} \rho \cos \varphi' &= a \cos \varphi (C + h/a) \\ \rho \sin \varphi' &= a \sin \varphi (S + h/a) \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

bağıntılarını, sonuç olarak da, φ ile φ' arasındaki

$$\tan \varphi' = \frac{S + \frac{h}{a}}{C + \frac{h}{a}} \tan \varphi \quad (2.10)$$

ilişisini elde ederiz. Yer için, a , b ve f parametreleri bilindiği ve gözlem yeri için, φ coğrafi enlemi ile h rakımı (deniz seviyesinden yükseklik) ölçümlerle bulunabileceğinden, (2.7) bağıntılarından, C ve S nicelikleri ve (2.10) bağıntısından da yer merkezli enlem hesaplanır. Yer eşleği ile uçlaktaki gözlem yerleri için $\varphi = \varphi'$ olacağına dikkat edilmelidir.

Şimdi de, O gözlem noktasındaki düşey açığı, yani, coğrafik ve yer merkezli enlemler arasındaki

$$v = \varphi - \varphi' \quad (2.11)$$

farkını bulmaya çalışalım. Bunun için öncelikle, geoid üzerindeki düşey açığı bulmalıyız. Geoid üzerindeki O' noktasının yer merkezli enlemini φ'_o ile gösterelim. Bu durumda, O' noktasında $h=0$ olduğundan, (2.10) ve (2.7)'nin son eşitliğinden

$$\tan \varphi'_o = \frac{S}{C} \tan \varphi = (1-f)^2 \tan \varphi \quad (2.12)$$

elde edilir. Böylece

$$\tan v_o = \tan(\varphi - \varphi') = \frac{\tan \varphi - \tan \varphi'_o}{1 + \tan \varphi \tan \varphi'_o} = \frac{(2f - f^2) \tan \varphi}{1 + (1-f)^2 \tan^2 \varphi} \quad (2.13)$$

olur. (2.13)'ün pay ve paydasını $\cos^2 \varphi$ ile çarparsak

$$\tan v_o = \frac{(2f - f^2) \sin \varphi \cos \varphi}{\cos^2 \varphi + (1-f)^2 \sin^2 \varphi} = \frac{\frac{1}{2}(2f - f^2) \sin 2\varphi}{\frac{1}{2}(1 + \cos 2\varphi) + (1-f)^2 \frac{1}{2}(1 - \cos 2\varphi)} \quad (2.14)$$

elde edilir. Burada,

$$q = \frac{2f - f^2}{1 + (1-f)^2} \quad (2.15)$$

tanımlaması yapılır ve (2.14)'de kullanılırsa, bazı düzenlemelerden sonra

$$\tan v_o = \frac{q \sin 2\varphi}{1 + q \cos 2\varphi} \quad (2.16)$$

bağıntısı elde edilir. Buna göre, eşlekte ve uçlaktaki gözlem yerleri için düşey açı sıfır olurken, 45° coğrafi enleme sahip gözlem yerlerinde en büyük değerine ulaşır. Düşey açının en büyük değeri, (2.16) bağıntısına göre, $\tan v_o = q$ ile verilir. (2.15) bağıntısına göre, geoid üzerindeki maksimum düşey açı $v_o = 0^\circ.19$ 'dir.

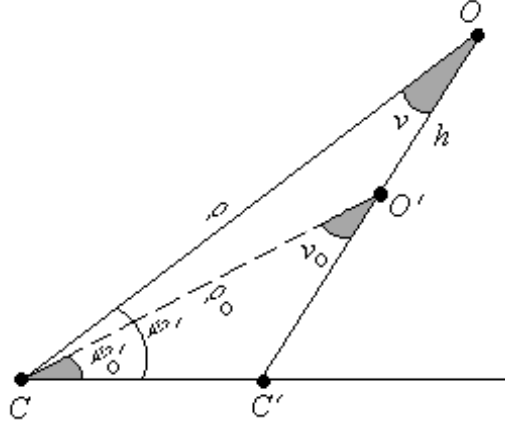
Şimdi de, O gözlem yerinin, yer merkezli yarıçapını hesaplayalım. Şekil 2.2'deki durum, Şekil 2.3'de abartılı olarak yeniden verilmiştir. Spheroid üzerinde olduğundan, O' noktasında, $h = 0$ 'dır. (2.3) bağıntılarını, O' noktası için yazıp, karelerini alıp topladığımızda (2.7) ve (2.8) bağıntılarının da yardımıyla

$$\rho_o^2 = a^2 C^2 (\cos^2 \varphi + (1-f)^4 \sin^2 \varphi) \quad (2.17)$$

bağıntısını elde ederiz. Maksimum düşey açının ve yer yarıçapı yanında h 'nin çok küçük olması nedeniyle, bir ilk yaklaşım olarak

$$\rho \cong \rho_o + h \quad (2.18)$$

yazabiliriz. O halde, O noktasının yer merkezli yarıçapı, yaklaşık olarak



Şekil 2.3. Şekil 2.2'deki durumun abartılı çizimi.

$$\rho \cong a \left[C \sqrt{(\cos^2 \varphi + (1-f)^4 \sin^2 \varphi) + \frac{h}{a}} \right] \quad (2.19)$$

bağıntısıyla hesaplanabilir.

Son olarak da, O gözlem noktasındaki düşey açığı, yani coğrafi düşey ile yer merkezli düşey arasındaki v sapmasını hesaplayalım. OCO' düzlem üçgeninde, sinüs formülünü uygularsak,

$$\rho \sin v = \rho_0 \sin v_0 \quad (2.20)$$

olur. v ve v_0 küçük açılar olduklarından, sinüsleri yerine radyan cinsinden değerleri alınabilir. Böylece, (2.18)'nin de yardımıyla

$$v \cong \left(1 - \frac{h}{\rho}\right) v_0 \quad (2.21)$$

bağıntısı elde edilir. Buna göre bir gözlem yerinde öncelikle geoidin düşey açısı (v_0), (2.16) bağıntısından hesaplanır. Gözlem yerinin yer merkezli yarıçapı da (2.19) bağıntısından hesaplandıktan sonra, söz konusu noktadaki düşey açı, (2.21) bağıntısından elde edilir.

Yer elipsoidi için kabul edilen değerler aşağıdaki gibidir:

$$a = 6378.140 \text{ km}, \quad b = 6356.755308 \text{ km}, \quad f = 0.00335281.$$

2.4. Astronomik kon düzenekleri

Yer yüzü kon düzeneklerinde olduğu gibi, gök cisimlerinin, gök yüzündeki konumlarını onların bir birlerine göre konumlarını incelemek ve bazı gök olaylarını açıklayabilmek amacıyla çeşitli kon düzenekleri kullanılır. Astronomik kon düzenekleri gök küresi üzerinde kurulan sistemlerdir. Küre merkezinde gözlemci vardır. Ancak bazen, gök cisimlerinin yer

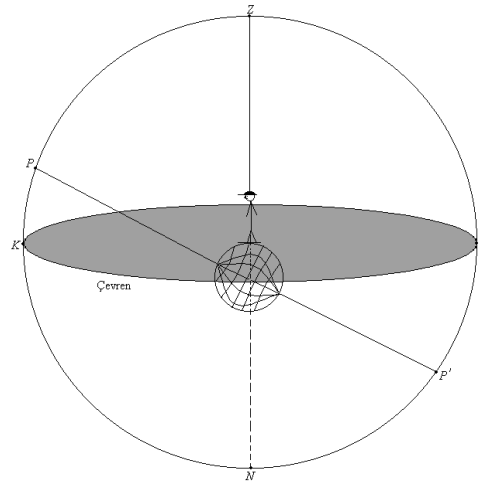
merkezli ya da güneş merkezli koordinatları gerektiğinde, gözlemci merkezli koordinatlar kullanılarak ölçümler, yer merkezine ya da güneş merkezine indirgenir. En yakın yıldızın uzaklığı, yaklaşık 4×10^{13} km olup, yer yarıçapı ile kıyasladığımız zaman, gözlemcinin yer yüzünde ya da yer merkezinde olmasının, özellikle de güneş sistemi dışındaki gök cisimler incelendiğinde fazlaca önemi yoktur. Gözlemci merkezli kon düzeneklerine toposantrik kon düzenekleri ve yer merkezli kon düzeneklerine de geosantrik kon düzenekleri denir. Burada anlatacağımız kon düzeneklerinde, gözlemciyi, yer merkezindeymiş gibi varsayacağız yani çizimlerimizde hep geosantrik kon düzeneklerini kullanacağız.

2.4.1. Çevren kon düzeneği

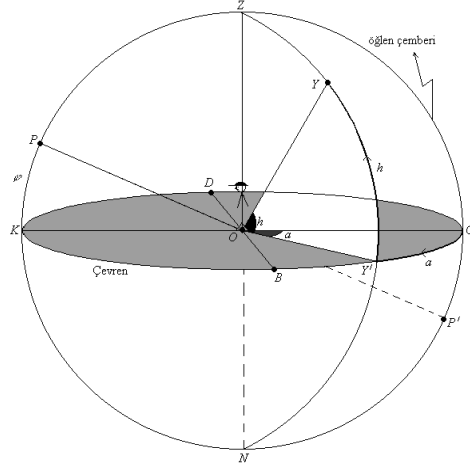
Çevren kon düzeneğini anlatmadan önce kullanılan bazı terimlerin anlamlarını vermek faydalı olacaktır.

Çevren düzlemi: Yeri bir küre olarak kabul edersek, gözlemcinin bulunduğu noktada yer küresine teğet olan düzleme, gözlemcinin çevren düzlemi denir (Şekil 2.4). Gözlemci, yer değiştirdiğinde çevren düzlemi de değişir. Çevren düzlemi, gök küresini iki kısma ayırır: birincisi, gözlemcinin de bulunduğu yarı küre olup ona çevrenin üstü denirken diğeri çevrenin altı diye anılır. Çevren düzleminin astronomideki önemi, çevrenin üstündeki gök cisimlerinin görülüp, çevrenin altındakilerin ise görülememesinden kaynaklanır. Gök cisimlerinin doğma ve batma durumları hep gözlemcinin çevrenine göre dir. Bu nedenle farklı gözlemciler için gök cisimlerinin doğma ve batma durumları farklılıklar gösterir.

Yerin yarıçapı, yıldızların uzaklıkları yanında ihmal edilebileceğinden, özellikle güneş sistemi dışındaki gök cisimleri ile ilgilenildiğinde, yer yarıçapı yok sayılabilir. Böylece çok önemli bir hata yapılmış olmaz. Bu nedenle, sonraki çizimlerde, yer bir nokta ile temsil edilecek ve böylece, sanki gözlemci, yer merkezinden gözlem yapıyormuş gibi kabul edilmiş olacaktır. Tanım olarak, gözlemcinin çevrenine paralel olan ve yer merkezinden geçen düzleme, gözlemcinin matematik çevreni denir. O halde, bizim sonraki çizimlerde kullanacağımız çevren, aslında, gözlemcinin matematik çevrendir (Şekil 2.5)



Şekil 2.4. Yer yüzündeki bir gözlemcinin çevren düzlemi ve gök küresi.



Şekil 2.5. Yer yüzündeki bir gözlemcinin matematik çevreni ve gök küresi.
 φ gözlem yerinin enlemidir.

Başucu (Zenit) ve ayakucu (Nadir) noktaları: Gözlemcinin bulunduğu noktadaki çekül doğrultusunu her iki yönde uzattığımızı düşünelim. Bu doğrunun, gözlemcinin başı tarafındaki ucunun gök küresini deldiği noktaya, gözlemcinin başucu noktası (Zenit = Z), diğer taraftaki uzantısının gök küresini deldiği noktaya da, gözlemcinin ayakucu noktası (Nadir = N) denir. Tanım gereği, zenit ve nadir noktaları, çevren çemberinin uçlarıdır ve dolayısıyla, her ikisi de çevren çemberinden 90° açısal uzaklıktadır.

Gözlemcinin düşey çemberleri: Gözlemcinin bulunduğu noktada, çekül doğrultusundan geçen düzlemlerin, gök küresi ile arakesitlerinin her birine düşey çember denir.

Öğlen çemberi (Meridyen): Gözlemcinin, kuzey (K) ve güney (G) noktalarından geçen düşey çemberine, gözlemcinin öğlen çemberi denir. Yer yüzünde, farklı boylamlara sahip olan gözlem yerlerinin öğlen çemberleri de farklıdır. Öğlen çemberi, gök küresinde, uçlak noktaları ile gözlemcinin zenit ve nadir noktalarından geçen büyük çember olarak da tanımlanabilir.

Öğlen çizgisi: Gözlemcinin öğlen düzlemi ile çevren düzleminin arakesiti olan çizgi, kuzey - güney çizgisi.

Gök uçlakları: Yerin dönme ekseninin her iki yöndeki uzantılarının, gök küresini deldiği noktalar. Bu uçlaktan birisi, bizim ülkemizden de görülen, Kutup yıldızı (Demir Kazık, Polaris) yakınında olup, bu noktaya, Kuzey gök uçağı (P), diğer uçlak noktasına da güney gök uçağı (P') denir.

Bir gök cisminin düşey çemberi: Zenit, Nadir ve gök cisminin geçen büyük çember. Düşey çemberler, çevren çemberine diktir.

Şimdi, çevren kon düzenliğini tanımlayabiliriz. Çevren kon düzenliğinin temel çemberi, gözlemcinin çevren çemberi, başlangıç yarı çemberi ise, gözlemcinin başucu ve ayakucu noktaları ile güney noktasından geçen yarı büyük çemberdir. Bu çember, gözlemcinin öğlen çemberinin, güney noktasından geçen yarısıdır. Çevren kon düzenliğinde düşey doğrultudaki açıya yükseklik (h), yatay doğrultudaki açıya da azimut (a) denir.

Yükseklik açısı (h): Yükseklik, bir gök cisminin düşey çemberi boyunca olmak üzere, çevrenden, gök cismine kadar olan büyük çember yayının ölçüsü ya da bu yayı merkezden gören merkez açının ölçüsüdür. Yükseklik, zenite doğru 0° ile $+90^\circ$ arasında ve nadiree doğru da 0° ile -90° arasında ölçülür. Şekil 2.5'deki Y gök cisminin yüksekliği, $Y'Y$ yayı ile ya da $Y'OY$ merkez açısı ile ölçülür.

Bir gözlem yerinde kuzey gök uçağının yükseklik açısı, o gözlem yerinin coğrafi enlemine eşittir (Neden?). O halde, h_P , kuzey gök uçağının çevren yüksekliği ve φ de gözlem yerinin enlemi olmak üzere, bu iki nicelik arasında

$$\varphi = h_P \quad (2.22)$$

ilişkisi vardır. Buna göre, bir gözlem yerinde, kuzey gök uçağına çok yakın olan Kutup yıldızının (Polaris), çevren yüksekliği ölçüldüğünde, kabaca da olsa, o yerin enlemi bulunmuş olur.

Azimut açısı (a): Gözlemcinin, güney noktasından geçen düşey yarım çemberi ile gök cisminden geçen düşey yarım çember arasındaki açı olup, çevren çemberi boyunca olmak üzere, güney noktasından, gök cisminin düşey çemberinin çevren çemberini kestiği noktaya kadar olan yay (GY' yayı) ile ya da bu yayı merkezden gören merkez açı (GOY' açısı) ile ölçülür. Azimut açısının ölçüm yönü negatif yöndür ve 0° ile $+360^\circ$ arasında ölçülmektedir.

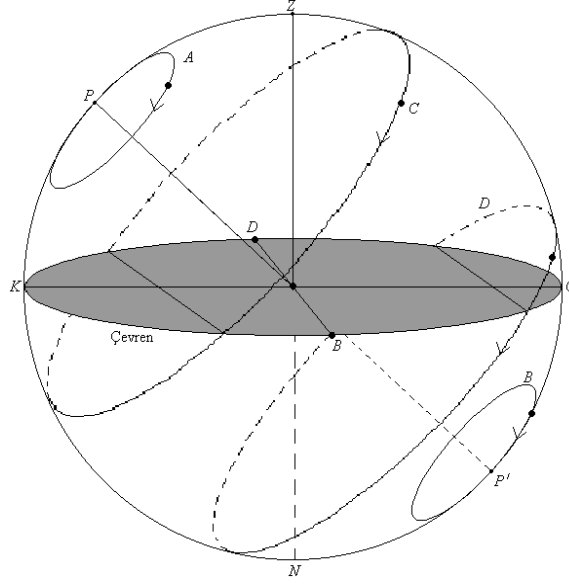
Bir gök cisminin zenit uzaklığı: Bir gök cisminin, kendi düşey çemberi boyunca zenit noktasından olan açısal uzaklığına, bu gök cisminin zenit uzaklığı denir. Şekil 2.4'de Y yıldızının zenit uzaklığı, ZY yayı ile ya da ZOY merkez açısı ile ölçülür. Zenit uzaklığı z ile gösterilir. Bir gök cisminin zenit uzaklığı ile yüksekliği arasında

$$z + h = 90^\circ \quad (2.23)$$

ilişkisinin olduğu açıktır.

2.4.1.1. Gök cisimlerinin günlük görünür hareketi

Yer, kendi eksenini etrafında, pozitif yönde (saatin dolanma yönünün tersi) döndüğünden (dönme dönemi 23 saat 56 dakikadır), bütün gök cisimlerini, bizim etrafımızda, negatif yönde olmak üzere, sanki çember yörüngelerde dolanıyorlarmış gibi algılarız. Gök cisimlerinin bu hareketine “günlük görünür hareket” denir. Gök cisimlerinin, gün boyunca izledikleri bu çemberlere onların günlük çemberi denir. Gök cisimlerinin günlük çemberleri, yerin dönme eksenine dik olacağından, hepsi bir birine paraleldir. Gök cisimlerini, günlük çemberlerinin, gözlemcinin çevren çemberine göre durumlarına bakarak gruplandırabiliriz. Kuzey enlemlili bir gözlemcinin gök küresini gösteren Şekil 2.6'daki A yıldızının günlük çemberinin tamamı çevrenin üstündedir ve böylesi yıldızlara batmayan yıldızlar denir. Aynı şekilde, B yıldızının ise günlük çemberinin tamamı çevrenin altındadır ve söz konusu gözlem yerinden hiç bir zaman gözlenemez. Böylesi gök cisimlerine de doğmayan gök cisimleri denir. Bunlardan farklı olarak, Şekil 2.6'daki C ve D gök cisimlerinin günlük çemberleri ise, hem çevrenin üzerinde hem de çevrenin altında bölümlere sahiptir. Böyle



Şekil 2.6. Gök cisimlerinin günlük görünür hareketleri.

gök cisimlerine doğup-batan gök cisimleri denir. Yer'in açısal hızı sabit olduğundan bütün gök cisimleri, günlük çemberleri üzerinde, sabit açısal hızla dolanırlar ve 23 saat 56 dakika sonra tekrar aynı konuma gelirler. Bu durumda, C gök cisminin günlük çemberinin, çevren üzerinde kalan kısmı, D 'ninkinden daha uzun olduğundan, bu gözlem yerinde C cismi, D cisiminden daha uzun süre gözlenir. Şekil 2.6'daki gök cisimlerinin doğma-batma ya da görülme süreleri hakkında yukarıda söylediğimiz özelliklerin, gözlemcinin çevreni ile yakından ilişkili olduğuna dikkat edilmelidir. Yer yüzünde öğle bir gözlem yeri bulunabilir ki, yani Şekil 2.6'da öyle bir çevren çemberi çizebiliriz ki, örneğin C cismi, bu yeni gözlem yerinde, doğmayan bir gök cismi olabilir. O halde, gök cisimlerinin doğma – batma durumları tamamen gözlemcinin enlemi ile ilgili bir durumdur.

Gün ve gece yayı: Doğup-batan bir gök cisminin günlük çemberinin çevren üzerinde kalan kısmına gün yayı, çevren altında kalan kısmına da gece yayı denir.

Doğma ve batma noktaları: Doğup-batan bir gök cisminin günlük çemberinin, çevren çemberi ile kesim noktalarına bu cismin doğma ve batma noktaları denir. Bunlardan, günlük hareket sırasında, çevrenin altından, çevrenin üstüne geçerken rastlanılana doğma noktası, çevrenin üstünden, çevrenin altına geçerken rastlanılana da batma noktası denir. Şekil 2.6 incelendiğinde, C cisminin doğma noktası kuzey doğuda, batma noktası ise kuzey batıda iken, D cisminin doğma ve batma noktalarının, sırasıyla güney doğu ve güney batıdadır. Sonuç olarak, gök cisimlerinin hepsinin kendine özgü günlük çemberleri olduğunu ve doğma ve batma noktalarının farklı farklı olabileceğini söyleyebiliriz. Buradan, bir gök cisminin gün ve gece yaylarının eşit olması durumunda, tam doğudan doğup, tam batıdan batacağını söyleyebiliriz (Neden?). 21 Mart ve 23 Eylül tarihlerinde, güneşin gün ve gece yayları (gündüz ve gece süreleri) eşittir. O halde, bu tarihlerde güneşin doğduğu ve battığı noktalar, gözlem yerinin tam doğu ve tam batı noktalarıdır.

Bir gök cisminin günlük görünür hareketi sırasında çevren konsayıları (a, h) sürekli değişir. Doğup-batan bir gök cismi, doğarken yüksekliği sıfırdır ve bu andan itibaren artmaya

başlar. Gök cisimi maksimum yüksekliğe, gözlem yerinin öğlen çemberine geldiği anda ulaşır. Bu andan itibaren yükseklik yeniden azalmaya başlar ve batış anında sıfır olur. Çevrenin altında hareketine devam eden gök cisminin yüksekliği artık negatiftir ve öğlen çemberinden ikinci defa geçerken minimum değerine ulaşır ve bu andan itibaren yeniden yükselerek doğma noktasında sıfır olur.

Her gök cisimi, günlük hareketi sırasında, gözlem yerinin öğlen çemberinden iki defa geçer. Bunlardan birinde yükseklik maksimum değerine ulaşırken diğerinde ise minimum değerini alır. Bu geçişlerden birincisine öğlenden üst geçiş ya da kısaca üst geçiş, diğerine de alt geçiş denir.

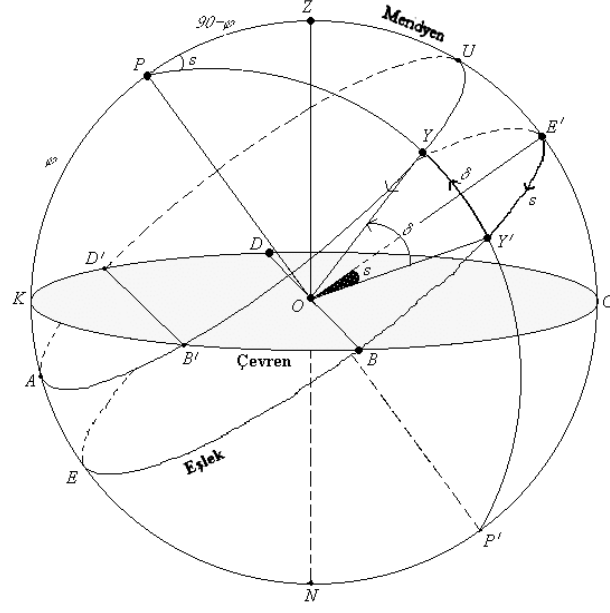
2.4.2. Saat kon düzeneği

Çevren kon düzeneğinin gözlemciye daha doğrusu gözlem yerine dayalı bir kon düzeneği olduğunu gördük. Bir gök cisminin çevren konsayıları olan azimut ve yükseklik açıları, hem gözlemciden gözlemciye farklılık göstermekte hem de gün boyunca sürekli değişmektedir. Bu amaçla, gök cisimlerinin kataloglanmasında, gözlemciden bağımsız açılara sahip olan kon düzeneklerine ihtiyaç vardır. Eşlek kon düzeneği böylesi bir düzenektir ve bu düzenekteki açılar hem gözlemciden bağımsızdır hem de günlük hareketten etkilenmezler. Biz burada eşlek kon düzeneğinden önce, onunla aynı temel çembere sahip olan saat kon düzeneğini vereceğiz. Bu kon düzeneklerinin ikisinde de, temel çember olarak, gök eşleği kullanılır. Şimdi bazı tanımlamaları görelim.

Gök eşleği ve gök uçlakları: Yerin eşlek düzleminin gök küresi ile arakesitine gök eşleği denir. Gök eşleği, yer eşleğinin, gök küresi üzerindeki yansıması (izdüşümü) olarak da yorumlanabilir. Gök eşleğinin uçlak noktalarına da göğün uçlak noktaları denir. Benzer olarak, göğün uçlakları da, yer kürenin uçlak noktalarının, gök küresindeki iz düşümleridir. Başka bir anlatımla, yer kürenin saydam olduğunu ve tam merkezinde bir ışık kaynağı bulunduğunu varsayarsak, yer eşleğinin, gök küresinin iç yüzünde oluşacak gölgesi, gök eşleği ve yerin uçlaklarının, gök küresinde meydana gelecek gölgeleri de gök uçlakları olur. Gök eşleği, yerin merkezinden geçen ve dönme eksenine dik olan düzlemin, gök küresi ile arakesiti olarak da tanımlanabilir. Bu düzlem, kısa zaman aralıklarında, uzayda durağan sayılır (aslında, çok yavaş da olsa, yerin dönme ekseninin doğrultusu değişmektedir. Dönme ekseninin bu hareketleri ileride görüleceği üzere “öncelim” ve “üçrüm” olarak adlandırılır). Şimdilik, yerin dönme ekseninin doğrultusu durağan kabul edilecektir.

Saat çemberi: Gök uçlaklarından ve gök cisminden geçen yarım büyük çembere, gök cisminin saat çemberi denir.

Şimdi artık saat kon düzeneğini tanımlayabiliriz. Saat kon düzeneğinde temel çember, gök eşleği ve başlangıç yarı çemberi de gözlemcinin meridyenidir. Saat kon düzeneğinde yatay açı olarak, saat açısı ve düşey açı olarak da, dik açıklık kullanılır.



Şekil 2.7. Saat kon düzeneği

Saat açısı: Bir gök cisminin saat çemberi ile gözlemcinin meridyeni arasında kalan açıya, gök cisminin saat açısı denir, Şekil 2.7'de $E'OY'$ merkez açısı ya da bu açının gördüğü $E'Y'$ yayı. Saat açısı, saat biriminde 0^{sa} ile 24^{sa} arasında ölçülür. Ölçüm yönü negatif yön yani saatin dolanma yönüdür. Saat açısı genellikle, eşlek üzerinde, gözlemcinin meridyeninden (E' noktasından), gök cisminin saat çemberine (Y') kadar olan yay ile ölçülür.

Dik açıklık: Y gök cismi, günlük hareketi sırasında eşleğe paralel bir çember çizer. Y 'nin günlük çemberi ile eşlek çemberi arasındaki açısal uzaklık, Y 'nin dik açıklığıdır, Şekilde, $Y'OY$ merkez açısı ya da YY yayı. Dik açıklık, gök cisminin, kendi saat çemberi boyunca olmak üzere, eşlekten olan açısal uzaklığını gösterir. Dik açıklık, eşlekten, kuzey uçlağa doğru 0° ile $+90^\circ$ arasında, güney uçlağa doğru da 0° ile -90° arasında ölçülür.

Şekil 2.7'deki gök cismi, $YB'D'$ ile gösterilen günlük çemberini çizerken, dik açıklığı değişmeden sabit kalır fakat saat açısı, yerin dönme açısal hızına eşit bir hızla, düzgün olarak değişir. Bu nedenle, güneş sistemi dışındaki uzak gök cisimlerinin saat açısı, zaman ölçmede kullanılabilir. Bir yıldızın saat açısıyla ölçülen zamana "yıldız zamanı" denir. Bu konuya ileride yeniden döneceğiz.

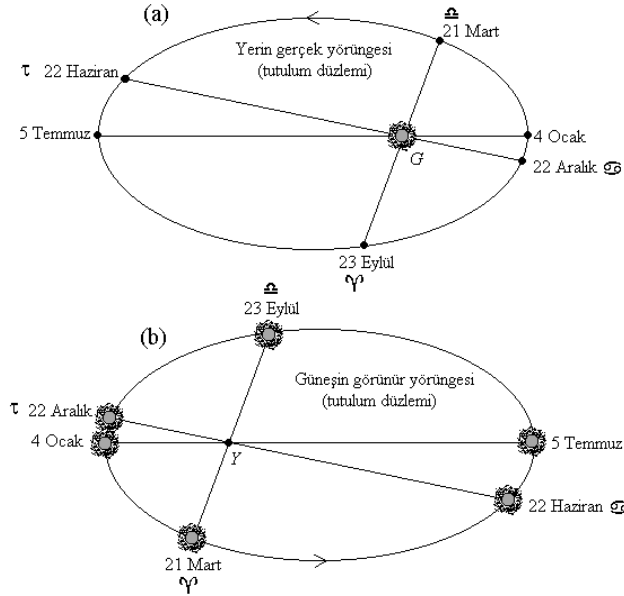
Bir gözlemcinin meridyeni, gök küresini iki yarım küreye ayırır. Doğu ve batı yarım küreleri. Gök cismi, günlük hareketi sırasında gözlemcinin batı yarım küresinde ise, saat açısı 0^{sa} ile 12^{sa} arasında, gözlemcinin doğusunda ise saat açısı 12^{sa} ile 24^{sa} arasındadır. Bir başka deyişle, gök cismi meridyenden üst geçiş yaparken saat açısı 0^{sa} , alt geçiş sırasında da saat açısı 12^{sa} 'dir. Dik açıklığı sıfır olan (yani eşlekte bulunan) bir gök cisminin günlük hareket sırasında, gözlemcinin tam doğu noktasından doğup, tam batı noktasından batacağına dikkat edilmelidir. Böyle bir yıldızın saat açısı, batarken 6^{sa} , doğarken de 18^{sa} 'dir. Şekil 2.7'den görüleceği üzere kuzey gök cisimlerinin ($\delta > 0$), batış noktalarının (B' noktası) saat açısı, 6^{sa} ile 12^{sa} arasında, doğuş noktalarının (D' noktası) saat açısı da 12^{sa} ile 18^{sa} arasındadır.

2.4.3. Eşlek kon düzeneği

Saat kon düzeneğinin s saat açısı, gözlemcinin meridyenine dayandığından, bir gök cisminin her hangi bir andaki saat açısı, farklı meridyenlere (farklı coğrafi boylamlara, Neden?) sahip olan gözlemciler için farklı farklı olacaktır. Halbuki dik açıklık, gözlemciden tamamen bağımsız olarak, günlük hareket boyunca değişmeden sabit kalmaktadır. Öyleyse, yatay açısı da gözlemciden bağımsız olan yeni bir kon düzeneği tasarlamak gerekmektedir. İşte eşlek kon düzeneği, yatay ve düşey açıları gözlemciye bağlı olmayan bir kon düzeneğidir. Ancak, eşlek kon düzeneğini anlayabilmek için bazı tanımlamaları öğrenmek gerekir.

Tutulum çemberi: Güneş'i, yıl boyunca hep aynı saatlerde gözleyip, gök küresi üzerindeki konumlarını işaretlersek, elde edeceğimiz çembere tutulum çemberi denir. Başka bir deyişle, tutulum çemberi, güneşin yıl boyunca üzerinde pozitif yönde hareket ettiği çemberdir. Aslında bu çember, yerin, güneş etrafında bir yıl boyunca izlediği yörüngesinin düzlemi ile gök küresinin arakesitidir. Biz yer yüzünde olduğumuzdan, sanki, güneş bizim etrafımızda dolanıyormuş gibi algılıyoruz. Bu durum Şekil 2.8a ve 2.8b'de açıklanmıştır. Gerçek yörüngede, yer 23 Eylülde koç noktası (Υ) doğrultusunda iken, 22 Aralık, 21 Mart ve 22 Haziranda ise, sırasıyla yengeç ($\♋$), terazi ($\♌$) ve oğlak ($\♍$) noktalarında bulunur. Bizler, yer yüzünden güneşe baktığımızdan, aynı tarihlerde güneşi, Şekil 2.8b'de de gösterildiği gibi, sırasıyla, terazi ($\♌$), oğlak ($\♍$), koç ($\♎$) ve yengeç ($\♋$) doğrultularında gözleriz.

Yerin eşlek düzlemi ile dolanma düzlemi çakışık olmayıp, aralarında $\varepsilon \cong 23^\circ 27'$ açı vardır. Aslında bu açı zamanla değişmektedir. Bu nedenle, eşlek ve tutulum düzlemleri arasındaki açı için



Şekil 2.8. (a) Yer'in, güneş etrafındaki gerçek yörüngesi. Güneşten bakıldığında, belirli tarihlerde, yerin hangi doğrultularda bulunacağı belirtilmiştir. (b) Güneşin görünür yörüngesi. Üst panelde verilen gerçek yörüngede, farklı tarihlerde, yerden, güneşe bakan bir gözlemcinin, güneşi göreceği doğrultular işaretlenmiştir. Görünür yörünge elde edilirken yer Y gibi bir noktada durağan varsayılmıştır.

$$\varepsilon = 23^{\circ}27'08''.26 - 46''.845T - 0''.0059T^2 + 0''.00181T^3 \quad (2.24)$$

bağıntısı kullanılmalıdır. Burada T , 1900.0'dan beri geçen yüzyıl sayısıdır.

Bu nedenle, tutulum çemberi ile gök eşleği arasında da ε açısı vardır. O halde, gök eşleği ile tutulum çemberi iki noktada kesişirler. Bu noktalara ılım noktaları denir.

İlim noktaları: Gök eşleği ile tutulum çemberinin kesim noktalarına ılım noktaları (equinox, ekinoks) denir. Güneş, yıl boyunca, tutulum çemberinde, pozitif yönde (doğuya doğru) hareket ederken, 21 Mart ve 23 Eylül tarihlerinde bu noktalardan geçer. Güneşin, 21 Mart tarihinde geçtiği ılım noktasına “ilkbahar ılımı”, diğerine de “sonbahar ılımı” denir. Astronomide, ilkbahar ılım noktasına “koç noktası”, sonbahar ılım noktasına da “terazi noktası” denir. Koç noktası Υ ile, terazi noktası da Ω ile gösterilir.

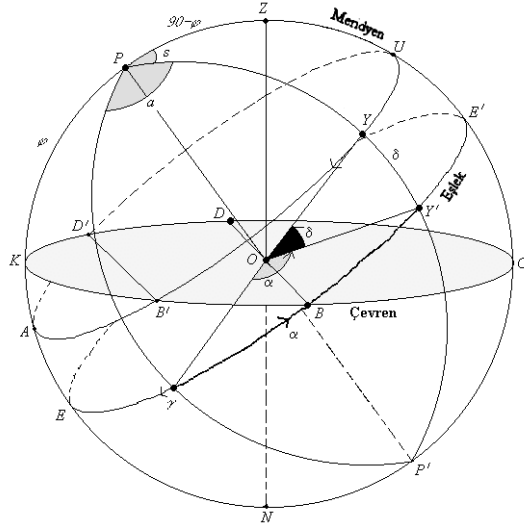
Burada bilinmesi gerekir ki, ılım noktaları hem tutulum hem de eşlek üzerindedirler ve diğer tüm gök cisimleri gibi günlük harekete katılırlar. Güneş ve Ay'ın doğurduğu tedirginlikler sonucu yerin dönme eksenini, tutulumun uçlağı etrafında ve batı yönlü olarak gezinir. Yani, ılım noktaları tutulum çemberi boyunca batı yönünde kayarlar. Kaymanın açısal hızı $50''.2$ yıl⁻¹'dir.

Koç saat çemberi: Koç noktasından geçen saat çemberine, koç noktasının saat çemberi ya da kısaca koç saat çemberi denir.

Şimdi artık eşlek kon düzeneğini tanımlayabiliriz. Şekil 2.9'da görüldüğü gibi, eşlek kon düzeneğinin temel çemberi, gök eşleği ve başlangıç yarı çemberi de koç saat çemberidir. Bu düzenekte kullanılan düşey açı dik açıklık olup, saat kon düzeneğinde açıklanmıştı. Düzeneğinin yatay açısı ise sağ açıklıktır.

Sağ açıklık: Bir gök cisminin saat çemberi ile koç saat çemberi arasındaki açısal uzaklıktır. Sağ açıklık α ile gösterilir ve saat biriminde, 0^{sa} ile 24^{sa} arasında ölçülür. Sağ açıklık, eşlek üzerinde, koç noktasından itibaren sağa doğru olmak üzere, gök cisminin saat çemberine kadar olan yay (Şekil 2.9'daki $\gamma Y'$ yayı) ile ya da bu yayı merkezden gören merkez açı ($\gamma OY'$) ile ölçülür.

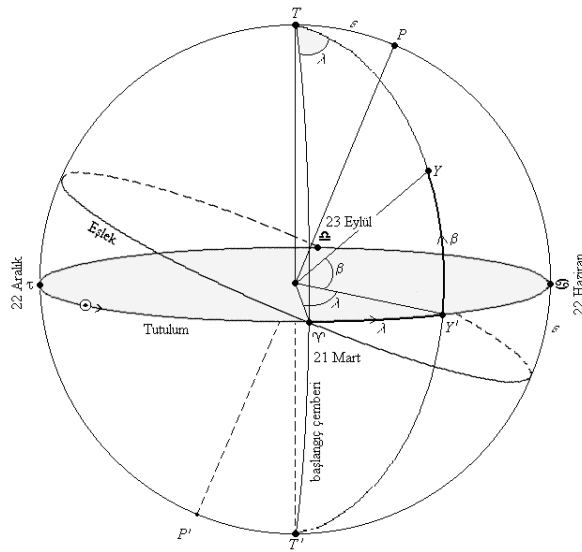
Yıldızın günlük çemberi eşleğe paralel olduğundan, dik açıklığı günlük hareket sırasında değişmez. Ayrıca, koç noktası da günlük harekete katılmakta ve yıldızla aynı sürede hareketini tamamlamaktadır. Başka bir deyişle, koç noktasının ve diğer tüm gök cisimlerinin (güneş sisteminin üyeleri hariç) günlük hareket sırasındaki açısal hızları aynıdır ve yerin dönme açısal hızına eşittir. Bu nedenle, gün boyunca, koç noktası ile gök cisminin saat çemberleri arasındaki açısal uzaklık sabit kalır. Diğer bir ifadeyle, gök cisminin sağ açıklığı günlük hareketten etkilenmeden sabit kalır (aslında, yerin dönme ekseninin yapmış olduğu öncelikle ve uğrum hareketleri ve gök cisimlerinin uzay hareketleri nedeniyle, eşlek konsayılarında yavaş da olsa bir değişim olur fakat bir kaç ay gibi kısa zaman aralıklarında sağ açıklık ve dik açıklık sabit kabul edilebilir. Bu konuya ileride değinilecektir). Güneş sistemi dışındaki gök cisimlerinin eşlek konsayılarının hemen hemen sabit olması nedeniyle, güneş sistemi dışındaki gök cisimlerinin katalogları hazırlanırken, eşlek konsayıları kullanılır.



Şekil 2.9. Eşlek kon düzeneği.

2.4.4. Tutulum kon düzeneği

Her hangi bir tarihte, güneş sisteminin üyelerinin bir birlerine göre konumlarını belirlemek istediğimizde, tutulum düzlemine dayanan bir kon düzeneği avantajlı olacaktır. Bu amaçla kurulan düzenek tutulum düzeneğidir. Temel çember tutulum düzlemi ve başlangıç yarı çemberi de tutulumun uçlaklarından ve koç noktasından geçen yarı çemberdir (Şekil 2.10). Bu düzenekte kullanılan yatay açı tutulum boylamı, düşey açı ise tutulum enlemidir. Sistemin temel çemberi ve başlangıç yarı çemberi gözlemciden bağımsızdır. Bu nedenle, bir gök cisminin tutulum konsayıları, yer yüzündeki gözlemciye bağlı değildir. Şimdi tutulum kon düzeneğinin açılarını tanımlayalım.



Şekil 2.10. Tutulum kon düzeneği

Tutulum boylamı: Tutulum uçlaklarından ve gök cisminin geçen yarı çember ile başlangıç çemberi arasındaki açı olup λ ile gösterilir. Tutulum boylamı, tutulum çemberi boyunca, koç noktasından itibaren pozitif yönde ve 0° ile 360° arasında ölçülür. Şekil 2.10'da gösterildiği gibi, $\gamma Y'$ yayı ya da bu yayı merkezden gören $\gamma OY'$ açısı, gök cisminin tutulum boylamıdır.

Tutulum enlemi: Gök cisminin, tutulum çemberine olan açısal uzaklığı olup β ile gösterilir. Tutulum enlemi, tutulumun uçlaklarından ve gök cisminin geçen yarı çember boyunca, tutulum çemberinden, gök cismine kadar olan $Y'Y$ yayı ya da bu yayı merkezden gören $Y'OY$ yayı ile ölçülür.

2.4.5. Gökada Kon düzeneği

Güneş sisteminin de içerisinde bulunduğu gökadamız (galaksi) Samanyolundaki yıldız sayımlarında kullanılmak ve gökada içerisindeki gök cisimlerinin birbirlerine göre konumlarını belirlemek üzere, gökada düzlemlerini yeni bir kon düzeneğine ihtiyaç vardır. Gökada kon düzeneği böylesi amaçlar için tasarlanmıştır. Gökada kon düzeneği güneş merkezli gök küresi üzerinde kurulmuştur. Kon düzeneğini tanımlamadan önce, gökadamızın şekli konusunda biraz bilgi vermek faydalı olacaktır.

Uzun yıllar boyunca yapılan yıldız sayımları sonucunda, Samanyolunun şeklinin, yandan bakıldığında, birbiri üzerine kapatılmış iki tabak görünümünde olduğu ortaya çıkmıştır. İki tabağın birbiri üzerine kapandığı düzleme, gökada simetri düzlemi denir. Simetri düzlemine, gökada merkezinde dik olan doğruya, gökadanın dönme eksenini ve güneşin bulunduğu noktadan bu eksene çizilen paralelin gök küresini deldiği noktalara da gökada uçlak noktaları denir. Ayrıca, Güneş'in bulunduğu noktada, dönme eksenine dik olan düzleme gökada eşleği denir. Samanyolu, dönme eksenini etrafında yavaş da olsa bir dönme hareketi yapmaktadır. Ancak, dönme, bir katı cisim dönmesi gibi olmayıp, gökada merkezine olan uzaklıkla değişmektedir. Güneş sistemi, bir bütün olarak, dönme eksenini etrafında, dönemi yaklaşık 250 milyon yıl olan bir dolanma hareketi yapmaktadır. Samanyoluna, dönme eksenini doğrultusundan bakıldığında ise tamamen farklı bir görünüm ortaya çıkar. Samanyolu, merkezi kısmında yoğun bir kümeleşme göstermektedir. Merkezi kısımdan, iki adet sarmal kol dışarıya doğru çıkmaktadır. Güneş sistemi, merkezden yaklaşık 10 pc uzaklıkta, gökada düzleminin yaklaşık olarak $1^\circ.5$ kuzeyinde ve sarmal kollardan birinde bulunmaktadır. Samanyoluna ilişkin temel nicelikler Çizelge 2.1'de verilmiştir.

Çizelge 2.1. Samanyolunun fiziksel nicelikleri

Disk çapı	$\sim 100\,000$ ıy
Disk kalınlığı	2,300 - 2,600 ıy
Şişim bölgesinin kalınlığı	16,000 ıy
Kütle	200 – 400 milyar M_\odot
Gaz ve toz oranı	% 5 – 10
Ortalama yoğunluk	$0.1 M_\odot \text{pc}^{-3}$
Toplam ışıltma	$\sim 10^{44}$ erg/s
Manyetik alan	$3 - 5 \times 10^{-6}$ gauss

Gökada merkezinin yerinin ve gökada düzleminin, duyarlı olarak belirlenebilmesi son derece zordur. İkinci dünya savaşı sonrasında, gökadanın radyo gözlemleri, özellikle de 21 cm gözlemlerinin başlamasıyla bu yöndeki çalışmalar büyük ilerleme kaydetmiştir. Sonuç olarak da, gökada düzleminin ve dolayısıyla uçlaklarının belirlenmesindeki duyarlılık oldukça artmıştır. Halen gökada düzlemine dayanan, iki farklı kon düzeneği vardır ve bu durum karışıklıklara neden olabilir. Bilimsel çalışmalarda hangi kon düzeneğinin kullanıldığı kesin olarak belirtilmelidir. Bununla birlikte, eski kon düzeneğinin kullanımının giderek terk edilmekte olduğunu belirtmek gerekir. Biz burada en son kabul edilen gökada kon düzeneğini tanımlayacağız.

Gökada kon düzeneğinde temel çember, gökada eşleği, başlangıç yarı çemberi olarak da, gökada uçlaklarından ve gökada merkezinden geçen yarı büyük çember kullanılır. Şekil 2.11'de gösterilen gökada eşleği, geceleyin gördüğümüz samanyolunun orta kısmından ve samanyolu boyunca çizilen çemberdir. Şekilde, gökada kuzey uçağı U ile, gökada güney uçağı da U' ile gösterilmiştir. Gökada eşleğinde, C ile gösterilen nokta, gökada merkezini temsil etmektedir. Gökada merkezi, Sagittarius takım yıldızı doğrultusundadır. Burada esas sorun, gökada merkezinin yerinin belirlenmesindedir. İlerleyen gözlemlerle, bu noktanın bilinen eşlek konsayılarında değişiklikler olabilir. Gökada kuzey uçağı ve gökada merkezi için halen kullanılmakta olan eşlek konsayıları, IAU tarafından, 1959 yılında kabul edilmiştir. Buna göre, gökada merkezinin eşlek konsayıları

$$\begin{aligned}\alpha_C &= 17^{\text{sa}}39^{\text{dk}}.3, & \delta_C &= -28^\circ54' \quad (1900.0), \\ \alpha_C &= 17^{\text{sa}}42^{\text{dk}}.4, & \delta_C &= -28^\circ55' \quad (1950.0), \\ \alpha_C &= 17^{\text{sa}}45^{\text{dk}}.6, & \delta_C &= -28^\circ56'.3 \quad (2000.0)\end{aligned}$$

iken gökada kuzey uçağının eşlek konsayıları ise

$$\begin{aligned}\alpha_U &= 12^{\text{sa}}46^{\text{dk}}.6, & \delta_U &= +27^\circ40' \quad (1900.0) \\ \alpha_U &= 12^{\text{sa}}49^{\text{dk}}, & \delta_U &= +27^\circ24' \quad (1950.0),\end{aligned}$$

dır. Bu verilere göre gökada eşleği ile gök eşlek arasında

$$\theta_o = 90 - \delta_U = 62^\circ36' \quad (1950.0)$$

açısı vardır. İki düzlemin kesim noktalarına düğüm noktaları denir. Bunlardan, gökada merkezi civarında olanına çıkış düğümü, diğerine de iniş düğümü denir. Bundan başka, Şekil 2.11'deki PUC açısı, gökada merkezinin durum açısı olarak tanımlanır ve θ ile gösterilir. 1950 başlangıcına göre durum açısının değeri

$$\theta = 123^\circ$$

dir.

Gökada kon düzeneğinde kullanılan yatay açı, gökada boylamı (l''), düşey açı ise gökada enlemi (b'')'dir. Bu koordinatların 1959'dan önce kullanılan karşılıkları ise, sırasıyla l' ve b' 'dir.

Eski kon düzeneğinde (Ohlsson düzeneği) başlangıç yarı çemberi, gökada uçlakları ve çıkış düğümünden geçen yarı çemberdi. Bu nedenle, eski ve yeni düzeneklerde ölçülen boylamlar arasında

$$l'' \cong l' + 32^\circ$$

şeklinde bir dönüşüm yazılabilir. Ayrıca eski kon düzeneğinin temel düzlemi de farklıdır ve bu nedenle bu iki düzenekte ölçülen gökada enlemleri arasında dönüşüm yapmak için de

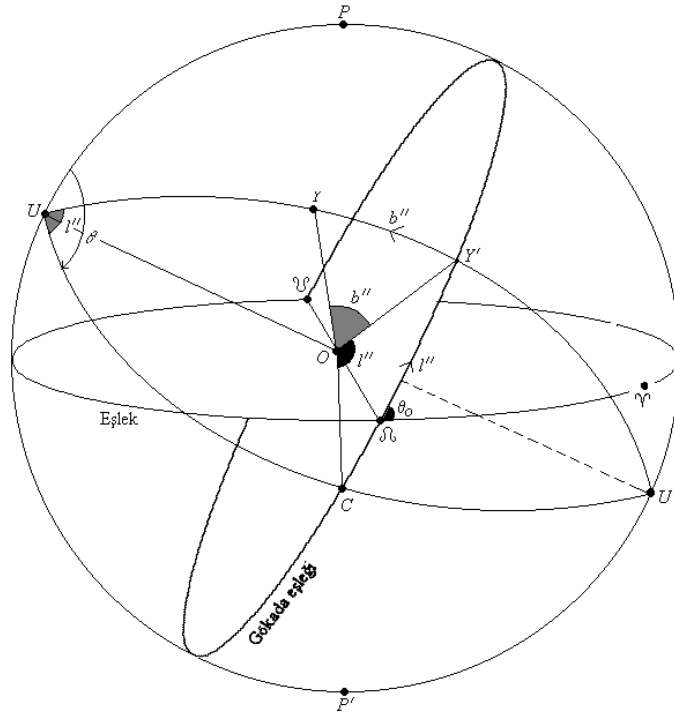
$$b'' \cong b' + 1^\circ.4$$

bağıntısından yararlanılabilir. Bu iki düzeneğin konsayıları arasındaki dönüşümler için gerekli çizelgeler, Ann. Obs. Lund. No. 17'de verilmiştir.

Biz burada yeni gökada kon düzeneğini dikkate alacağız.

Gökada boylamı (l''): Bir gök cisminin gökada boylamı, gökada uçlakları ve gök cisminin geçen çember ile başlangıç yarı çemberi arasındaki açısal uzaklıktır (Şekil 2.11'de, CY' yayı ya da bu yayı mekezden gören COY' açısı). Gökada boylamı, gökada eşleğinde olmak üzere, gökada merkezinden itibaren pozitif yönde, 0° ile 360° arasında ölçülür.

Gökada enlemi (b''): Bir gök cisminin gökada enlemi, gök cisminin, gökada eşleğine olan açısal uzaklığını verir. Gökada enlemi, gökada uçlaklarından ve gök cisminin geçen çember üzerinde olmak üzere, gökada eşleğinden, gök cismine kadar olan yay ile ($Y\hat{Y}$ yayı) ya da bu yayı merkezden gören açı ile ($Y'OY$ açısı) ölçülür.



Şekil 2.11. Gökada kon düzeneği.

2.5. Konsayılar arasındaki dönüşümler

Bir gök cisminin, her hangi bir kon düzeneğindeki kon sayıları bilindiğinde, bunlar yardımıyla başka kon düzeneğindeki konsayıları elde edilebilir. Genel olarak konsayıların dönüşümü, her iki kon düzeneğinin aynı şekil üzerinde ortak olarak çizilmesi ile elde edilen küresel üçgenin çözümüne dayanır. Böylece özellikle ölçülmesi kolay olan konsayıları elde edildikten sonra gerekli dönüşümler yardımıyla diğer konsayıları kolaylıkla elde edilir.

2.5.1. Çevren ve saat konsayıları arasındaki dönüşüm

Şekil 2.12’de, enlemi φ olan bir gözlemcinin gök küresinde, dik açıklığı δ olan bir gök cisminin günlük hareketi sırasında saat açısının s olduğu bir an gösterilmiştir. Y yıldızı, büyük çember yayları ile hem zenit noktasına hem de kuzey gök uçlağına birleştirilerek PZY küresel üçgeni elde edilmiştir. Genel olarak, iki tür problem ile karşılaşılır. Bunlardan birincisi, gözlemcinin φ enlemi ile gök cisminin δ dik açıklığı ve s saat açısı biliniyorken, gök cisminin azimut ve zenit uzaklığının bulunmasıdır. Bunun için Şekil 2.12’deki PZY üçgeninde, ZY kenarına ilişkin kosünüs formülünü ve yine aynı üçgende sinüs formülünü kullanarak

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s \quad (2.25)$$

ve

$$\sin a = \frac{\cos \delta \sin s}{\sin z} \quad (2.26)$$

bağıntıları elde edilir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, (2.4) bağıntısından bulunan a açısının iki değerli oluşudur. Bunlardan dar açı olanının mı, yoksa geniş açı olanının mı gerçek çözüm olduğuna, küresel üçgen özelliklerinden (büyük açı karşısında, büyük kenar bulunur) yararlanarak karar verilmelidir. Gerekirse, azimut açısını bulmak için, PZY üçgeninde sinüs (kenar) - kosünüs (açı) formüllerinden elde edilecek olan

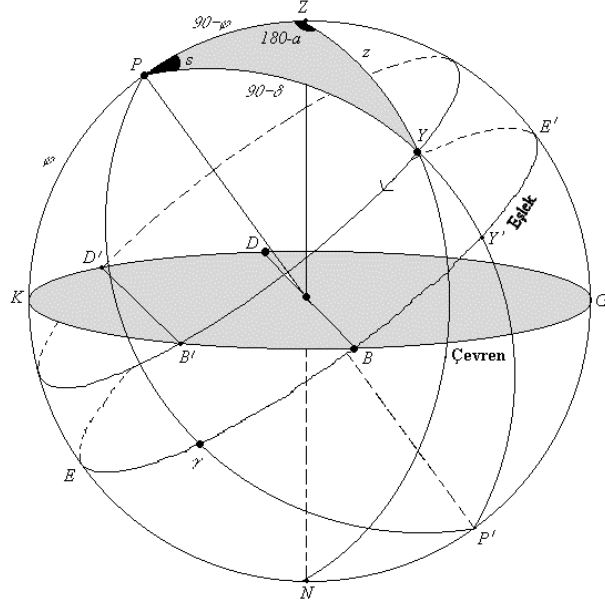
$$\cos \delta \cos s = \cos \varphi \cos z + \sin \varphi \sin z \cos a \quad (2.27)$$

bağıntısından yararlanılabilir.

İkinci tür problem ise, gözlemcini enlemi ile gök cisminin çevren konsayıları belli iken, saat konsayılarının elde edilmesidir. Dik açıklık

$$\sin \delta = \cos z \sin \varphi - \sin z \cos \varphi \cos a \quad (2.28)$$

bağıntısından hesaplanabilirken, saat açısını bulmak için de (2.27) bağıntısından yararlanılabilir.



Şekil 2.12. Enlemi φ olan bir gözlem yerinin gök küresinde, bir Y gök cisminin konum üçgeni

2.5.2. Eşlek ve saat konsayıları arasındaki dönüşüm ve Yıldız zamanı

Eşlek ve saat kon düzeneklerinin ikisinde de düşey açı δ 'dır. Geriye yalnızca s saat açısı ile α sağaçıklığı arasında bir dönüşüm kalmaktadır. Saat kon düzeneği anlatılırken, güneş sistemi dışındaki uzak gök cisimlerinin saat açısının zaman ölçmede kullanılabileceğini ve saat açısının, dünyanın dönme açısal hızına eşit bir hızla, düzgün olarak değiştiğini söylemiştik. Υ ilkbahar noktası (koç noktası) da, sanki eşlek konsayılarının her ikisi de sıfır olan bir gök cismiymiş gibi davranarak, günlük harekete katılır. O halde, zaman ölçmede, Υ noktasının saat açısını rahatlıkla kullanabiliriz. Buna göre astronomide, Υ noktasının saat açısıyla tanımlanan zamana yerel yıldız zamanı (YYZ) denir ve T ile gösterilir. Yani

$$YYZ = T = s_\gamma \quad (2.29)$$

dır. Şekil 2.12'de, koç noktasının saat açısı için

$$s_\gamma = \gamma Y' + Y' E'$$

yazabiliriz. Sağ taraftaki ilk terim Y gök cisminin α sağ açıklığı ve ikinci terim de aynı cismin s saat açısıdır. O halde,

$$YYZ = T = s_\gamma = \alpha + s \quad (2.30)$$

olur. (2.30) bağıntısına göre eşlek konsayıları bilinen her hangi bir gök cismi, gözlemcinin öğlen çemberinden üst geçiş yaptığı sırada ($s = 0^{\text{sa}}$), yıldız zamanı, bu gök cisminin sağ açıklığına eşit olur. Eğer, elimizde yıldız zamanına göre çalışan bir saat (yıldız saati) varsa, yukarıda anlatıldığı şekilde, sağ açıklığı bilinen bir gök cisminin yararlanılarak yıldız

saatini ayarlayabiliriz. Yıldız saati bir kez ayarlandıktan sonra da, her hangi bir gök cisimi, öğlen çemberinden üst geçişini yaptığı sırada yıldız zamanı okunarak, bu cismin sağ açıklığı bulunmuş olur.

Koç noktası gözlemcinin öğlen çemberinden üst geçişini yaparken yıldız zamanı 0^{sa} olacaktır. Günlük hareketine devam eden koç noktası yeniden meridyene geldiğinde ise aradan 1 yıldız günü geçmiş olacaktır. Doğal olarak bir yıldız günü, dünyanın kendi eksenini etrafında tam bir dönüşü için geçen süreye eşittir.

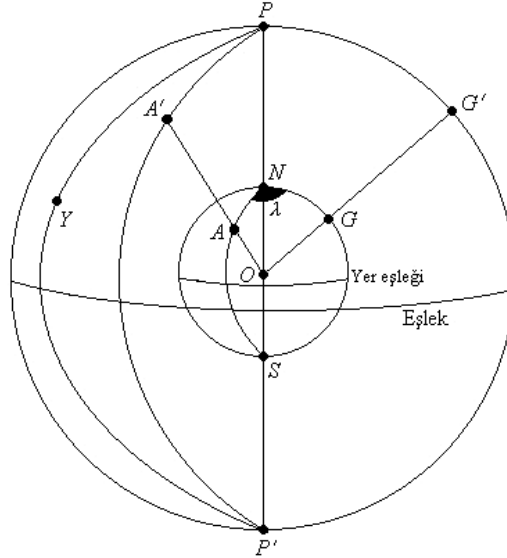
Koç noktasının saat açısıyla ölçülen zamanın yerel yıldız zamanı (YYZ) olacağını tekrar belirtelim. Eğer gözlem yeri Greenwich gözlemevi ise, bu durumda ölçülecek yıldız zamanına da Greenwich yıldız zamanı (GYZ) denir. Şekil 2.13'de yer ve gök küreleri birlikte gösterilmiştir. N ve S yerin, P ve P' 'de göğün uçlarıdır. A yer yüzündeki her hangi bir gözlem yerini gösterirken G 'de, Greenwich gözlemevini göstermektedir. NGS , Greenwich boylamını, $PG'P'$ ise Greenwich saat çemberini göstermektedir. A gözlem yerinin boylamı, NAS ve saat çemberi ise $PA'P'$ 'dür. Varsayalım ki, A gözlem yerinin boylamı λ olsun. Buna göre $ANG = A'PG' = \lambda$ olur. Y , gök yüzündeki her hangi bir cisim olup, sağ açıklığı α olsun. Şekle göre, Y 'nin, A gözlem yerindeki saat açısı YPA' ve Greenwich'teki saat açısı ise YPG' 'dür. Başka bir deyişle, A gözlem yerindeki yerel yıldız zamanı

$$YYZ = \alpha + YPA',$$

Greenwich yıldız zamanı ise

$$GYZ = \alpha + YPG'$$

olur. Bu ikisinden, kolayca



Şekil 2.13. Yerel (A) ve Greenwich (G) yıldız zamanları arasındaki ilişki.

$$YYZ = GYZ - (YPG' - YPA')$$

yazabiliriz. Şekil 2.13'e göre, sağ taraftaki parantez içerisindeki ifade, λ olduğundan

$$YYZ = GYZ - \lambda \quad (2.31)$$

ifadesini elde ederiz.

Son olarak belirtelim ki, 1 yıldız günü (1 Yg) ile, bir güneş günü (1 Gg) eşit değildir. Yani, bir yıldız ile güneş aynı anda gözlemcinin meridyeninde iseler, tekrar meridyene gelmeleri farklı zamanlarda olur. Önce, yıldız meridyene gelir ve yaklaşık 4 dakika sonra da güneş. Yani, yıldız günü, güneş gününden önce tamamlanmış olur. Başka bir deyişle yıldız günü, güneş gününden yaklaşık 4 dakika daha kısadır. Burada, günlük yaşantıda kullandığımız zamanın güneş zamanı olduğunu belirtelim. Zaman konusuna ilerde yeniden dönecektir.

2.5.3. Eşlek ve tutulum konsayıları arasındaki dönüşüm ve görünür güneş zamanı

Şekil 2.14'te, eşlek ve tutulum kon düzenekleri birlikte gösterilmiştir. Kuzey gök uçağı P , tutulumun kuzey uçağı T ve Y noktasındaki gök cisminin oluşturduğu küresel üçgenin çözümünden, bu iki kon düzeneklerinin konsayıları arasındaki dönüşüm formülleri kolaylıkla elde edilebilir. TPY küresel üçgenine temel bağıntıları uygulayarak,

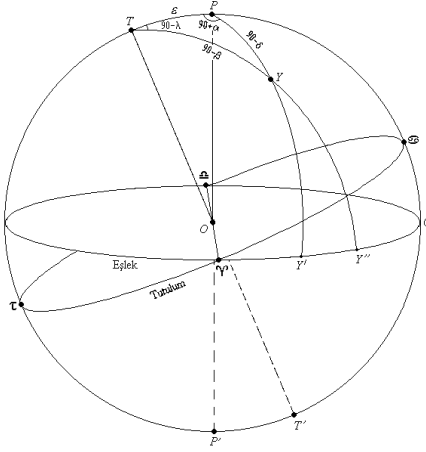
$$\left. \begin{aligned} \sin \beta &= \sin \delta \cos \epsilon - \cos \delta \sin \epsilon \sin \alpha \\ \cos \lambda &= \frac{\cos \delta \cos \alpha}{\cos \beta} \\ \cos \beta \sin \lambda &= \sin \delta \sin \epsilon + \cos \delta \cos \epsilon \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

ve

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= \sin \beta \cos \epsilon + \cos \beta \sin \epsilon \sin \lambda \\ \cos \alpha &= \frac{\cos \beta \cos \lambda}{\cos \delta} \\ \cos \delta \sin \alpha &= -\sin \beta \sin \epsilon + \cos \beta \cos \epsilon \sin \lambda \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

dönüşüm formülleri elde edilir.

Önceki kesimde yıldız zamanını, koç noktasının saat açısı olarak tanımlamıştık. Koç noktasının saat açısı, değişimi mükemmele yakın düzgünlükte olan ve astronomide bir çok uygulama alanı bulunan bir zaman sistemi tanımlamasına karşın, günlük yaşantıda kullanılması pek de pratik değildir. Günlük yaşantımız temel olarak güneşin görünür hareketine dayanmaktadır. Gece, gündüz, öğlen zamanları hep güneşin gök küresindeki konumuyla yani güneşin saat açısıyla ilişkilidir. Güneşin, bir gözlemcinin öğlen çemberinden geçişi, gerçek öğlen olarak tanımlanır. Güneşin bir gözlemcinin meridyeninden ard ardına iki geçişi arasında kalan süreye de gerçek güneş günü denir. Güneş gününün başlangıcı, öğlen çemberinden alt geçiş anı olarak alınır. Buna göre, (yerel) gerçek güneş zamanı (GGZ)



Şekil 2.14. Eşlek – tutulum kon düzeninde bir Y gök cisminin konumu.

$$GGZ = 12^{sa} + s_{\odot} \quad (2.34)$$

Bağıntısıyla verilir. Yıldız zamanı ile gerçek güneş zamanı arasındaki ilişkiyi de kolaylıkla kurabiliriz. (2.8) bağıntısını güneş için yazacak olursak,

$$GGZ = YYZ + 12^{sa} - \alpha_{\odot} \quad (2.35)$$

ilişkisini elde ederiz.

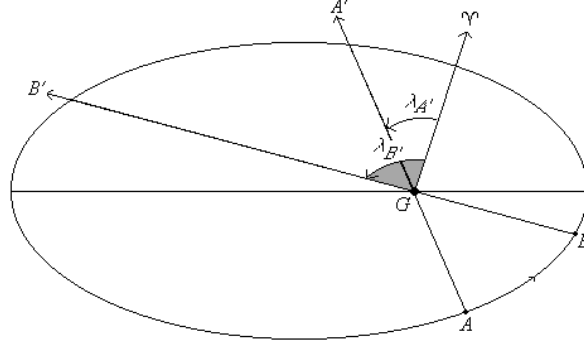
Güneş daima tutulum çemberinde olduğundan, onun tutulum enlemi daima sıfırdır. Bu nedenle, (2.32) bağıntılarında $\beta_{\odot} = 0^{\circ}$ alınır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa, güneşin eşlek konsayılarını veren

$$\tan \alpha_{\odot} = \cos \varepsilon \tan \lambda_{\odot} \quad (2.36a)$$

$$\tan \delta_{\odot} = \sin \alpha_{\odot} \tan \varepsilon \quad (2.36b)$$

bağıntıları elde edilir. Görüldüğü gibi, verilen her hangi bir zamanda, güneşin eşlek konsayılarını bulabilmek için, güneşin, söz konusu zamana ilişkin tutulum boylamını bilmek yeterlidir. ε 'un değeri (2.24) bağıntısından hesaplanmalıdır.

Şimdi güneş zamanını biraz daha ayrıntılı olarak inceleyelim. Yıldız zamanı, burada dikkate almayacağımız çok küçük bazı düzensizlikler dışında, düzgün ilerleyen bir zamandır ve ilerleme hızı, dünyanın dönme açısal hızına eşittir. Burada dünyanın dönme açısal hızının düzgün olduğunu kabul ediyoruz. (2.35) bağıntısına göre güneş zamanının değişim hızı, yıldız zamanının değişim hızı ile, güneşin sağ açıklığının değişim hızının farkına eşittir. Buna göre, güneş zamanının değişim hızının karakteri, tamamen güneşin sağ açıklığının değişim hızına bağlıdır. Halbuki (2.36a) gereğince, güneşin sağ açıklığı ile tutulum boylamının değişim hızları orantılıdır (şimdilik $\varepsilon = \text{sbt}$. kabul ediyoruz). Sonuç olarak eğer güneşin boylamı yıl içinde düzgün değişiyorsa, güneş günü de düzgün değişir. Acaba güneşin tutulum boylamının değişim karakteri nasıldır? Düzgün mü yoksa düzensiz mi? Şimdi bunu inceleyelim.



Şekil 2.15, Güneşin tutulum boylamının değişimi. Yer A noktasında iken, alanlar yasasına göre, güneşin tutulum boylamı daha hızlı değişirken, B noktasındayken daha yavaş değişir.

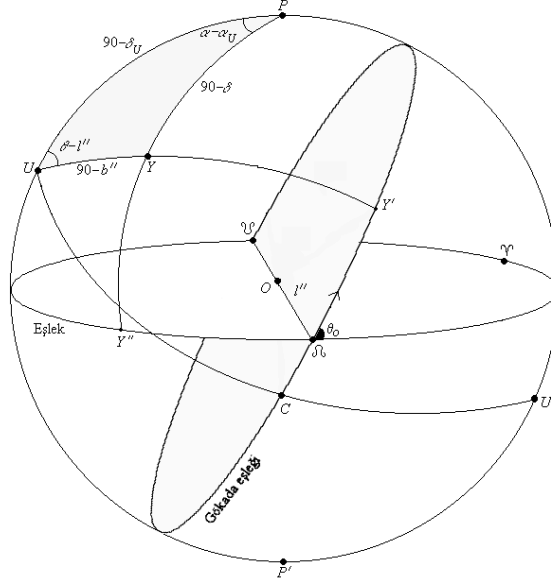
Keplerin ikinci yasasına göre, gezegenler yörüngelerinde dolanırlarken, yarıçap vektörü eşit zamanlarda eşit alanlar tarar (alanlar yasası). Yani, gezegenlerin elips yörüngelerindeki hareketleri sırasında, açısal hızları sabit olmayıp, gezegen enberiye yaklaştıkça artar, uzaklaştıkça azalır. Şekil 2.15'te, yerin, güneş etrafındaki yörüngesi temsili olarak gösterilmiştir. Yer yörüngesinde, sırasıyla, A ve B noktalarında iken, güneş, sırasıyla AA' ve BB' doğrultularında gözlenir. Υ koç noktası çok uzak olduğundan, koç noktasının A ve B noktalarından gözlenen doğrultuları, pratik bakımdan $G\Upsilon$ 'ya paralel olacaktır. O halde, $A'G\Upsilon$ açısı, yer, yörüngesinde A noktasındayken güneşin gözlenen tutulum boylamıdır. Benzer olarak, $B'G\Upsilon$ açısı da, güneşin, B noktasından gözlenen tutulum boylamıdır. Şekle göre, B noktası enberiye, A noktasından daha yakın olduğundan, BB' doğrusunun açısal hızı, AA' doğrusunun açısal hızından daha büyüktür. Halbuki, BB' ve AA' doğrularının açısal hızları, yer yörüngesinde, sırasıyla B ve A noktalarında iken, güneşin tutulum boylamının değişim hızlarıdır. O halde, yıl boyunca güneşin tutulum boylamı düzgün olarak değil zaman zaman hızlanarak, zaman zaman da yavaşlayarak değişmektedir. Sonuç olarak, yıldız zamanının aksine, güneş zamanı düzgün ilerlemeyen, burada anlatılan ve anlatılmayan bir çok düzensizlikleri içeren bir zamandır. Zaman konusuna ileride yeniden dönecektir.

Güneşin sağ açıklığının günlük değişim hızı $\Delta\alpha_{\odot}$ olsun. Güneşin sağ açıklığı bir yıl içerisinde 24^{sa} (bir gün) değişeceğinden, (2.35) bağıntısına göre, bir yıl içerisindeki güneş günlerinin sayısı, yıldız günlerinin sayısından bir eksik olacaktır.

2.5.4. Eşlek ve gökada konsayıları arasındaki dönüşüm

Şekil 2.16'da bir Y gök cisminin, eşlek ve gökada kon düzeneklerindeki konumu verilmiştir. Gök cismi büyük çember yayları ile P kuzey gök uçlağına ve U gökada kuzey uçlağına birleştirilerek PUY küresel üçgeni elde edilmiştir. Bu üçgene temel bağıntılar uygulanarak, eşlek ve gökada konsayıları arasındaki dönüşüm formülleri kolayca elde edilebilir. Buna göre, tutulum konsayıları

$$\left. \begin{aligned} \sin b'' &= \sin \delta_U \sin \delta + \cos \delta_U \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_U) \\ \cos b \sin(\theta - l'') &= \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_U) \\ \cos b'' \cos(\theta - l'') &= \cos \delta_U \sin \delta - \sin \delta_U \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_U) \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$



Şekil 2.16. Bir Y gök cisminin, gökda ve eşlek kon düzeneklerindeki konumu.

bağıntılarından ve eşlek konsayıları da

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= \sin \delta_U \sin b'' + \cos \delta_U \cos b'' \cos(\theta - l'') \\ \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_U) &= \cos b \sin(\theta - l'') \\ \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_U) &= \cos \delta_U \sin b'' - \sin \delta_U \cos b'' \cos(\theta - l'') \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

bağıntılarından hesaplanabilir. Buradan hesaplanacak olan eşlek konsayılarının 1950.0 tarihine ait olacağı akılda tutulmalıdır.

Eşlek konsayıları verilen bir gök cisminin, yeni gökda kon düzenegindeki koordinatları (2.37) bağıntılarından bulunduktan sonra istenirse, eski gökda kon düzenegindeki (Ohlsson düzenegi) koordinatlarını hesaplamak için de

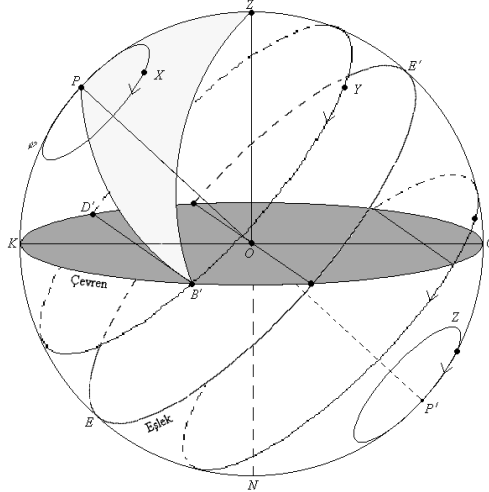
$$l' \cong l'' - 32^\circ \quad (2.39a)$$

$$b' \cong b'' - 1^\circ.4 \quad (2.39b)$$

bağıntıları kullanılabilir.

2.6. Bir gök cisminin doğma batma koşulları

Şekil 2.17'deki Y cismini dikkate alalım. Y 'nin günlük çemberinin bir kısmı gözlemcinin çevren düzleminin üstünde iken bir kısmı da altındadır. Bir gök cismi, günlük hareketi sırasında, çevrenin altından üstüne çıktığında doğmuş, çevrenin üstünden çevrenin altına geçtiği anda da batmış olur. Buna göre, Şekil 2.17'deki D' ve B' noktaları, Y cisminin, sırasıyla doğma ve batma noktalarıdır. Kolayca anlaşılacağı üzere, dikaçıklığı yeterince büyük olan kimi gök cisimleri söz konusu gözlem yerinde hiç batmayabilirken, dik açıklık-



Şekil 2.17. Gök cisimlerinin φ enlemlili bir gözlem yerinin gök küresindeki günlük hareketleri. Bu gözlem yerinde, X batmayan, Z doğmayan ve Y'de doğup-batan bir gök cisimidir.

ları yeterince küçük olanlar da hiç doğmayabilirler. Şekildeki X cisimi batmayan ve Z de doğmayan cisimlere birer örnektir. Şimdi enlemi φ olan bir gözlem yerinde, dikaçıklığı δ olan bir gök cisminin doğma-batma durumlarını araştıralım. Doğma-batma durumu hem geometrik hem de analitik olarak incelenebilir. Biz burada analitik olanı tercih edecek ve geometrik incelemeyi öğrenciye bırakacağız.

Şekil 12.7'de, Y cisminin batış anını dikkate alalım. Bu anda cisim günlük çemberinde B' noktasındadır. $B'PZ$, cismin batış anındaki saat açısı olup s_0 ile gösterelim. PZ yayı $90-\varphi$, PB' yayı $90-\delta$ ve ZB' yayı da 90° 'dir. PBZ üçgeninde, ZB' kenarına ilişkin kosünüs formülü yazılırsa

$$\cos 90 = \cos(90 - \varphi) \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \varphi) \sin(90 - \delta) \cos s_0$$

ya da

$$0 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s_0$$

yazabiliriz. Buradan da, küçük bir düzenleme ile

$$\cos s_0 = -\tan \varphi \tan \delta \tag{2.40}$$

bağıntısı elde edilir. Bir gök cisminin doğup-batan bir cisim olabilmesi için (2.40) ile verilen $\cos s_0$ değerinin

$$-1 < \cos s_0 < 1 \tag{2.41}$$

eşitsizliğinin sağlanması yani, saat açısı 0° ile 180° derece arasında olan bir batış noktasının var olması gerekir. (2.40)'ı, (2.41)'de kullanır ve mutlak değer tanımından yararlanırsak

$$|\tan \varphi \tan \delta| < 1 \quad (2.42)$$

eşitsizliğini elde ederiz. Buradan kolaylıkla

$$|\tan \delta| < |\tan(90 - \varphi)| \quad (2.43)$$

eşitsizliğini yazabiliriz. Buradan da

$$|\delta| < 90 - |\varphi| \quad (2.44)$$

eşitsizliği elde edilir. (2.44), genel doğma-batma koşuludur. Dik açıklıkları bu koşula uymayan gök cisimleri, söz konusu gözlem yerinde ya doğmayan ya da batmayan cisimlerdir. (2.44) bağıntısı, Kuzey ve Güney enlemler için ayrı ayrı incelenmelidir.

(i) Kuzey enlemler için Doğma-batma: Kuzey enlemler için $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ olduğundan, doğup-batan cisimler için (2.44) bağıntısından

$$-(90 - \varphi) < \delta < 90 - \varphi \quad (2.45)$$

yazabiliriz. Böylesi gözlem yerlerinde

$$\delta \leq -(90 - \varphi) \quad (2.46)$$

koşulunu sağlayan cisimler doğmayan,

$$\delta \geq 90 - \varphi \quad (2.47)$$

koşulunu sağlayan cisimler de batmayan cisimlerdir.

(ii) Güney enlemler için Doğma-batma: Güney enlemler için $-90^\circ < \varphi < 0^\circ$ olduğundan, doğup-batan cisimler için, (2.44)'den

$$-(90 + \varphi) < \delta < 90 + \varphi \quad (2.48)$$

koşulu elde edilir. Sonuç olarak, Güney enlemler için

$$\delta \leq -(90 + \varphi) \quad (2.49)$$

koşulunu sağlayan cisimler batmayan,

$$\delta \geq 90 + \varphi \quad (2.50)$$

koşulunu sağlayan cisimler de doğmayan cisimlerdir.

Örneğin, enlemi $38^\circ 24'$ olan İzmir'de, dik açıklığı $\delta \geq 51^\circ 36'$ olan gök cisimleri hiç batmazken, $\delta \leq -51^\circ 36'$ olan gök cisimleri de hiç doğmazlar.

2.7. Gün ve gece süresi

Güneşin günlük çemberinin çevren üstünde kalan kısmı gün süresini ve çevren altında kalan kısmı da gece süresini verir. Güneş'in doğma noktasından öğlen çemberine kadar aldığı yol simetri nedeniyle öğlen çemberinden batma noktasına kadar aldığı yola eşittir. O halde güneşin batış anındaki saat açısı bulunur ve iki katı alınır, verilen gözlem yeri ve tarih için gün süresi hesaplanmış olur. Gün süresinin 24 saatten farkı da gece süresidir. Örneğin Şekil 2.17'de Y güneşi temsil ediyor olsun. Güneş günlük hareketi sırasında B' noktasına geldiğinde batmış olur ve batış anındaki saat açısı da (2.40)'dan kolayca hesaplanabilir. O halde, gözlem yerinin enlemi ve söz konusu tarih için güneşin dik açıklığı bilindiği takdirde, güneşin batış anındaki saat açısı bulunabilir ve bundan yararlanarak da gün ve gece süreleri hesaplanabilir. Buna göre

$$\text{Gün süresi} = 2s_0, \quad (2.51)$$

gece süresi de

$$\text{Gece süresi} = 24 - 2s_0 \quad (2.52)$$

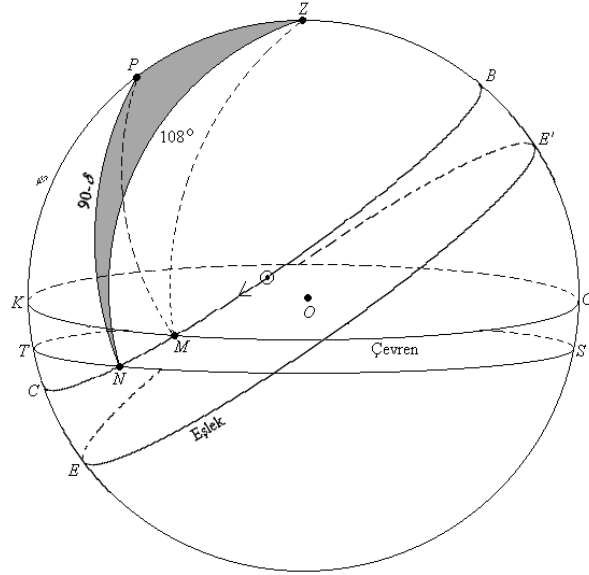
dir.

2.7.1. Alaca karanlık (tan)

Güneş battıktan sonra, atmosferin üst kısımlarında yansıma ve dağılmaya uğrayarak gözlem yerine ulaşan güneş ışınları, gözlem yerini bir süre daha aydınlatmaya devam eder. Güneş çevren altında ilerledikçe bu aydınlatmanın şiddeti de giderek azalır. Güneş ışınlarının, sabah güneş doğmadan önce ve akşamleyin de güneş battıktan sonra, bu şekildeki dolaylı aydınlatmasına alaca karanlık veya tan denir. Olay sabahleyin oluyorsa sabah tanı, akşamleyin oluyorsa akşam tanı adını alır. Astronomların vardıkları anlaşma uyarınca, Güneş battıktan sonra zenit uzaklığı 108° 'ye ulaştığında akşam tanı biter. Aynı şekilde doğmadan önce de zenit uzaklığı 108° 'ye ulaştığında sabah tanı başlamış olur. Güneşin batması ile akşam tanının bitişi arasında geçen süreye ya da sabah tanının başlamasıyla güneşin doğuşu arasında geçen süreye tan süresi denir. Şimdi φ enlemlili bir gözlem yerinde, yılın belirli bir günü için tan süresini hesaplayalım.

Şekil 2.18'de $BMNC$, yılın belirli bir gününde güneşin günlük çemberini göstermektedir. Güneş, günlük hareketi sırasında M noktasına geldiğinde batar ve akşam tanı başlamış olur. MPZ , güneşin batış anındaki s_0 saat açısı olup, (2.40) bağıntısıyla kolayca hesaplanabilir. Şekilde, SNT çevrenin 18° altında ve ona paralel bir küçük çemberdir. Güneş battıktan sonra günlük hareketine devam ederek N noktasına geldiğinde çevrenin 18° altına inmiş olur ve böylece akşam tanı sona ermiş olur. NPZ , akşam tanının sona erdiği anda güneşin s_a saat açısıdır. PZN üçgeninde PN kenarı $90-\delta$, PZ kenarı $90-\varphi$ ve ZN kenarı da 108° 'dir. PNZ üçgeninde, ZN kenarına ilişkin kosünüs formülü uygulanarak

$$\cos 108 = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s_a$$



Şekil 2.18. Tan hesabı. Akşam tanı, güneş günlük hareketi sırasında M noktasına geldiğinde başlar ve çevrenin altında 18° indiği N noktasına geldiğinde de sona erer. SNT , çevrenin 18° altında ve ona paralel olan bir küçük çemberdir.

yazılabilir. Buradan düzenleme yapılarak

$$\cos s_a = -\tan \varphi \tan \delta - \frac{\sin 18}{\cos \varphi \cos \delta}$$

elde edilir. Sağ taraftaki ilk terim (2.40) gereğince batış anındaki saat açısının kosünüsüdür. O halde akşam tanının bitiş anı için güneşin saat açısı

$$\cos s_a = \cos s_o - \frac{\sin 18}{\cos \varphi \cos \delta} \quad (2.51)$$

olur. Buna göre, verilen bir tarihte tan süresini hesaplamak için öncelikle güneşin o günkü dikaçıklığı almanaktan okunur. Gözlem yerinin enlemi biliniyorsa önce (2.40)'dan batış anındaki saat açısı sonra da (2.51)'den, tanın bitiş anındaki saat açısı hesaplanır. O halde, akşam tanının süresi

$$\text{akşam tanı süresi} = s_a - s_o \quad (2.52)$$

şeklinde hesaplanır. Sabah tanı da benzer şekilde hesaplanır. Sonuç olarak, söz konusu gün içinde toplam tan süresi

$$\text{tanı süresi} = 2(s_a - s_o) \quad (2.53)$$

dir. Burada yaptığımız hesaplamamızın aslında yaklaşık olduğunu belirtmek gerekir. Çünkü, güneş tutulum boyunca sürekli doğuya doğru kaymakta ve bu nedenle dik açıklığı sürekli değişmektedir. Ancak bir gün içerisinde dik açıklıktaki değişim küçük olduğundan yaklaşık

hesaplamalarda, gün ortasındaki dik açıklık değeri kullanılabilir. Daha duyarlı hesaplamalarda güneşin dik açıklığının değişimi de hesaba katılmalıdır.

Şimdi de, tanın sona erme koşulunu araştıralım. Şekil 2.18'de, eğer KC yayı KT yayından büyük ise, tan sona erer ve gece başlar. $KC=KE-CE$ olup, $KE=90-\varphi$ ve $CE=\delta$ dir. $KT=18^\circ$ olduğundan, akşam tanının bitip, gecenin başlayabilmesi için

$$90 - \varphi - \delta > 18^\circ$$

veya

$$\delta < 72^\circ - \varphi \quad (2.54)$$

koşulunun sağlanması gerekir. Örneğin, güneşin 22 Haziran günü dik açıklığı yaklaşık olarak $+23^\circ 27'$ olduğuna göre, $\varphi > +48^\circ 33'$ olan gözlem yerlerinde gerçek anlamda hiç gece olmaz. Benzer olarak, (2.47) bağıntısına göre de, $\varphi \geq +66^\circ 33'$ olan gözlem yerlerinde ise güneş hiç batmaz. Başka bir deyişle, enlemi $\varphi = +66^\circ 33'$ olan gözlem yerlerinde gün süresi 1 gün ve $\varphi > +66^\circ 33'$ olan gözlem yerlerinde ise 1 günden uzundur. Bu tarihte, gözlem yeri Kuzeye kutbuna ne kadar yakınsa gündüz süresi de o kadar uzundur. Aynı tarihte enlemi $+48^\circ 33' < \varphi < +66^\circ 33'$ olan gözlem yerlerinde güneş batır fakat tan bitmeden yeniden sabah olur.

2.7.2. Atmosferin ışınları kırma etkisi

Bir gök cisminin gelen ışınlar yer atmosferinden geçerken gözlemcinin zenitine yaklaşacak şekilde kırılırlar. Eğer, yer atmosferi olmasaydı, güneşin zenit açısı 90° olduğunda doğmuş ya da batmış olurdu. Halbuki atmosferin kırma etkisi nedeniyle Batma ve doğma anlarındaki zenit açısı $90+R_0$ gibi bir değere sahip olmaktadır. Burada R_0 , kırılma açısıdır. Atmosferin kırma etkisinin (2.40) ile bulunan batış saat açısını ne şekilde etkileyeceğini görmek için, tan kanusunda yararlandığımız Şekil 2.18'i kullanılırız. Bunun için SNT' 'yi, çevrenin $R_0=34'$ altında ve ona paralel olan bir çember olarak kabul etmek yeterli olacaktır. s_0 , güneşin batış anındaki saat açısı ve Δs_0 da NPM açısını göstermek üzere, PZN üçgeninden

$$\cos(90 + R_0) = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(s_0 + \Delta s_0) \quad (2.55)$$

yazabiliriz.

$$\cos(s_0 + \Delta s_0) = \cos s_0 \cos \Delta s_0 - \sin s_0 \sin \Delta s_0$$

olup, Δs_0 küçük açı olduğundan

$$\cos(s_0 + \Delta s_0) \cong \cos s_0 - \Delta s_0 \sin s_0$$

$\cos(90 + R_o) = -\sin R_o \cong R_o$ (radyan) olduğunu da dikkate alırsak (2.55) bağıntısını

$$-\sin R_o = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s_o - \Delta s_o \cos \varphi \cos \delta \sin s_o \quad (2.56)$$

şeklinde yazabiliriz. (2.40) bağıntısını kullanarak da

$$\Delta s_o = \frac{R_o}{\cos \varphi \cos \delta \sin s_o} \quad (2.57)$$

elde edilir. (2.57) bağıntısında Δs_o ile R_o 'ın aynı birimlerde olduğuna dikkat edilmelidir. O halde, Δs_o 'ı zaman biriminde bulmak için, R_o açısını da zaman biriminde almak gerekir.

$$R_o' = \frac{1}{15} R_o^{dk}$$

özdeşliğinden yararlanarak, (2.57) bağıntısını zaman birimlerinde olmak üzere

$$\Delta s_o = \frac{1}{15} \frac{R_o}{\cos \varphi \cos \delta \sin s_o} \quad (2.36)$$

biçiminde yeniden yazabiliriz. (2.36) bağıntısında R_o ve Δs_o , zaman dakikası birimindedir.

R_o 'ın hesabına sonraki konularda değineceğiz. Ancak burada, kaba hesaplamalarda kullanılabilir ortalama değerleri vermeye yetebiliriz. Güneş ve ay dışındaki noktasal cisimler için, yaklaşık olarak $R_o=34'$ kullanılabilir. Güneş ve ay'ın görünür yarıçapları yaklaşık olarak $16'$ 'dir ve bu cisimlerin batmış sayılabilmeleri için görünür tekerciklerinin üst kısmının çevrenin altına inmesi gerekir. Bu nedenle güneş ve ay için kullanılması gereken kırılma açısı $R_o=50'$ 'dir.

Özetleyecek olursak, verilen bir tarih için önce, (2.18)'den batış anındaki saat açısı hesaplanır. (2.36)'dan atmosferik kırılmanın batış saat açısı üzerindeki etkisi hesaplanır. Bu iki değer toplamı alınarak da gerçek batış için saat açısı bulunmuş olur.

3. BÖLÜM

GÜNEŞ, AY ve GEZEĞENLERİN HAREKETLERİ

3.1. Giriş

Güneş sisteminin üyeleri, nispeten yakın olduklarından ve hepsi de güneş etrafında yörünge hareketi yaptıklarından dolayı uzak gök cisimlerine nazaran daha karmaşık bir görünüm sergilerler. Güneş sistemindeki tüm üyeler, güneş etrafında konik yörüngelerde dolanırlar. Bu yörüngelerin araştırılması gök mekaniğinin konusudur. Biz bu bölümde, konik yörüngelerin, özellikle de elips yörüngelerin özelliklerine kısaca değindikten sonra, güneşin ve gezegenlerin gök küresindeki gözlenen hareketlerini inceleyeceğiz. Görünür hareket değince akla ilk gelen günlük harekettir. Bu oldukça genel bir durumdur ve kaynağı yerin kendi ekseni etrafında dönmesidir. İkinci bölümde de anlatıldığı üzere tüm gök cisimleri günlük harekete katılırlar ve bir gün içerisinde, eşleğe paralel olan çember yörüngelerde tam bir dolanım yapmış olurlar. Bu bölümde, sırasıyla güneş, ay ve gezegenleri ele alacak ve gezegenleri de iç ve dış gezegenler olmak üzere iki kısımda inceleyeceğiz.

3.2. Kepler yasaları, güneşin görünür yörüngesi

Gezegenlerin hareketlerine ilişkin, doğru ve yeterli ilk tanımlama, 17. yüzyılda, bu konuda üç önemli yasaı ortaya koyan Johannes Kepler tarafından ortaya konmuştur. Kepler yasaları olarak adlandırılan bu üç yasa sırasıyla şöyledir:

- (i) Gezegenlerin, güneş etrafındaki yörüngeleri birer elipstir ve güneş bu elipslerin odaklarından birinde bulunur.
- (ii) Gezegenler yörüngelerinde alan yasasına uyacak şekilde dolanırlar yani, gezegeni güneşe birleştiren yarıçap vektörü eşit zamalarda eşit alanlar tarar.
- (iii) Gezegen yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğunun kübü, yörünge dolanma döneminin karesi ile orantılıdır. Buna göre, yarı-büyük eksen uzunluğu ve dolanma dönemi, sırasıyla a_1, P_1 ve a_2, P_2 olan iki gezegen durumunda, Keplerin üçüncü yasaını

$$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 \quad (3.1)$$

biçiminde yazabiliriz. Daha sonra Newton'un analitik olarak ortaya koyduğu üzere, üçüncü yasa ancak gezegenlerin kütleleri, güneşin kütlesi yanında ihmal edildiği zaman geçerlidir. Buna göre, gök mekaniğindeki bildiğimiz düzeltilmiş üçüncü Kepler yasaını dikkate alırsak, (3.1) orantısı yerine

$$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 = \frac{M + m_1}{M + m_2} \quad (3.2)$$

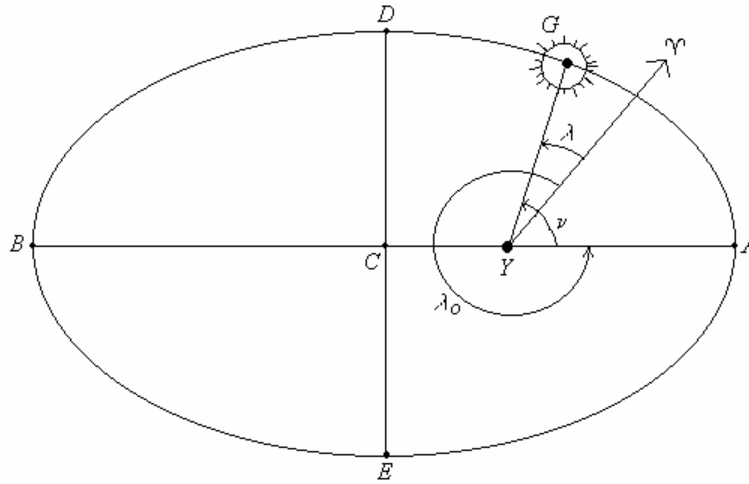
ifadesinin kullanılması gerekir, burada M güneşin, m_1 ve m_2 de gezegenlerin kütleleridir.

Yarı-büyük eksen uzunluğu a , dışmerkezliği e olan elips yörüngesinin denklemi, gök mekaniğinden de bilindiği üzere

$$r = \frac{a(1-e_2)}{1+e\cos v} \quad (3.3)$$

şeklindedir. Burada v , gerçek ayrıklık adını alıp, yarıçap vektörünün enberi doğrultusuyla pozitif yönde yaptığı açı olarak tanımlanır.

Şimdi, Şekil 2.8(b)'de gösterildiği gibi, güneşin yer etrafındaki, görünür yörüngesini dikkate alalım. Bu yörünge Şekil 3.1'de yeniden gösterilmiştir. Şekilde yerden bakıldığında, koç noktası doğrultusu işaretlenmiştir. Buna göre, enberi noktasının tutulum boylamı λ_0 ile güneşin tutulum boylamı şekilde gösterildiği gibidir. Şekilden, güneşin gerçek ayrıklığı v ile tutulum boylamı arasında



Şekil 3.1. Güneşin, yer etrafındaki görünür yörüngesi

$$v = 360 + \lambda - \lambda_0 \text{ ya da } v = \lambda - \lambda_0$$

yazılabileceği kolayca görülmektedir. Enberi boylamı λ_0 , astronomik almanakta,

$$\lambda_0 = 281^\circ 13' 15''.0 + 6189''.03T + 1''.63 T^2 \quad (3.4)$$

bağıntısıyla verilir, burada T , 1900.0'dan beri geçen yüzyıl sayısıdır. Buna göre, örneğin $T=1.04$ alınarak, 2004.0 için enberi boylamı $283^\circ 00' 33''.4$ olarak elde edilir.

3.2. Pergel açı ölçer ve cetvel kullanarak elips çizimi

Yarı-büyük ve yarı-küçük eksen uzunlukları, sırasıyla a ve b olan elipsi, pergel, açı ölçer ve cetvel kullanarak çizmeye çalışalım. Önce Şekil 3.2'de gösterildiği gibi, O merkezli, a ve b yarıçaplı çemberleri çizelim. Daha sonra, a yarıçaplı çemberin her hangi bir AB çapını ve b

yarıçaplı çemberin AB 'ye dik CD çapını çizelim. x -ekseni OA doğrultusunda ve y -ekseni de OC doğrultusunda olacak şekilde xy koordinat sistemini kuralım. Şimdi OA ile E açısı yapan bir doğru çizelim. Bu doğrunun çemberleri kesim noktası sırasıyla M ve N olsun. M noktasından AB 'ye ve N noktasından da CD 'ye çizilen paraleller P noktasında kesişsinler. Şekilden kolayca görülebileceği üzere, P noktasının koordinatları

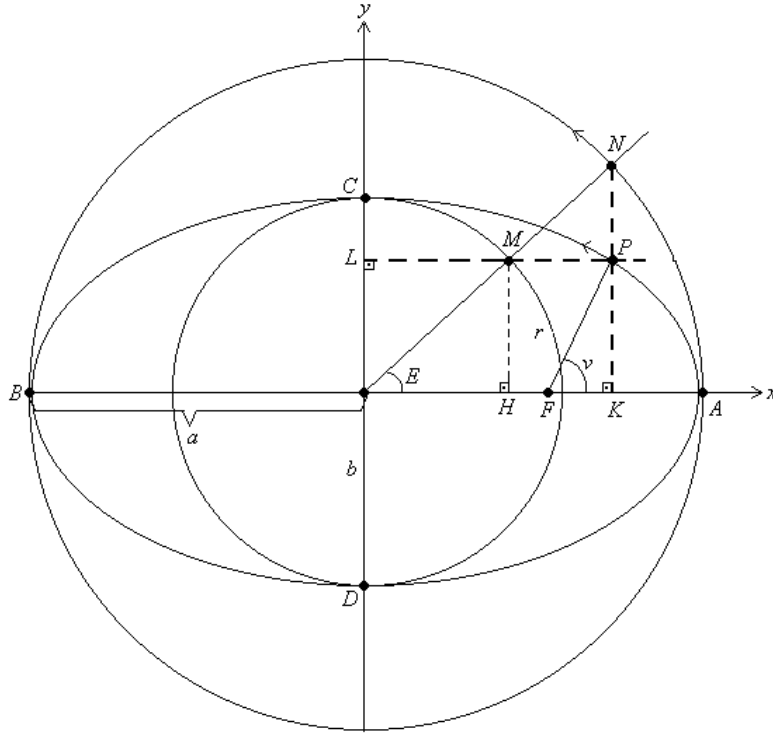
$$x = a \cos E, \quad (3.5a)$$

$$y = b \sin E \quad (3.5b)$$

dir ve

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3.6)$$

elips denklemini sağladıklarından, P noktası, yarı-büyük ve yarı-küçük eksen uzunlukları, sırasıyla a ve b olan elips üzerindeki bir noktadır. Aynı işlemler değişik E açıları ile yinelenerek elips çizilmiş olur. O noktası aynı zamanda elipsin de merkezidir. a yarıçaplı çembere, elipsin asal çemberi ve b yarıçaplı çembere de elipsin yedek çemberi denir. AB 'ye elipsin büyük eksen ve CD 'ye de küçük eksen denir. Şekilden de görüleceği üzere büyük ve küçük eksen uzunlukları, sırasıyla $2a$ ve $2b$ 'dir. Elde edilen Elipsin iki tane odağı vardır. Bunların yerleri, sırasıyla $F_1(c,0)$ ve $F_2(-c,0)$ 'dir. Şekil 3.2'de odaklardan yalnızca bir tanesi gösterilmiş (F noktası) ve alt indis kullanılmamıştır. c değeri ile a ve b arasında



Şekil 3.2. Pergel, açı ölçer ve cetvel ile elips çizimi.

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (3.7)$$

ilişkisi vardır. c 'ye odak uzaklığı denir. Ayrıca, bir elipsin odak uzaklığı ile yarı-büyük eksen uzunluğu arasındaki

$$e = \frac{c}{a} \quad (3.8)$$

oranına da elipsin dış merkezliği denir. Dış merkezlik cinsinden, b ile a arasında

$$b^2 = a^2(1 - e^2) \quad (3.9)$$

bağıntısının olduğu kolayca gösterilebilir. A noktası, elips üzerinde, odağa en yakın noktadır. Bu noktaya, genel olarak, enberi noktası, güneş sisteminde gezegen yörüngeleri söz konusu olduğunda ise günberi noktası denir. Benzer olarak, B noktası da elipsin, odağa en uzak noktasıdır ve genel ismi enöte noktası olmasına karşın, gezegen yörüngeleri durumunda günöte noktası adını alır. Elips üzerindeki değişken P noktasının odağa uzaklığını r ile gösterecek olursak,

$$r_A = a(1 - e) \quad (3.10a)$$

$$r_B = a(1 + e) \quad (3.10b)$$

olduğu kolayca gösterilebilir.

Şekil 3.2'de, elips üzerindeki P noktasını F_1 odağına birleştiren yarıçap vektörünün x -ekseni ile pozitif yönde yaptığı açığa, P noktasının gerçek ayrıklığı denir. Elipsin odağa göre denklemi, gerçek ayrıklık cinsinden (3.3) ifadesi ile verilir. N noktası, elips üzerindeki bir P noktasından, büyük eksene indirilen dikmenin uzantısının, asal çemberi kestiği noktadır ve E açısı da, ON yarıçapının, x -ekseni ile pozitif yönde yaptığı açıdır. P noktası elips üzerinde değiştiğinde, N noktası da asal çemberi çizer. Başka bir değişle, v gerçek ayrıklığı 0° ile 360° arasında değiştiğinde E açısında aynı şekilde değişir. Gerçek ayrıklığın 0° , 180° ve 360° olduğu noktalarda, E açısının da aynı değerleri alacağı kolayca görülebilir. E açısına, P noktasının dış ayrıklığı denir. Gök mekaniğinden de bilindiği üzere, gerçek ve dış ayrıklıklar arasında

$$\tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \quad (3.11)$$

ilişkisi vardır.

Elips denklemini, dış ayrıklık cinsinden yazmak da mümkündür. Şekil 3.2'de PFK dik üçgeninde Pisagor bağıntısı yazılır, $PF = r$, $FK = x - c$ ve $PK = y$ olduğu dikkate alınır, (3.5a-b) ve (3.8) bağıntılarının da yardımıyla

$$r = a(1 - e \cos E) \quad (3.12)$$

elde edilir.

3.3. Kepler denklemi

Şekil 3.2'de P elips üzerindeki her hangi bir nokta ve N 'de, P noktasından, elipsin büyük eksenine indirilen dikmenin asal çemberi kestiği nokta olmak üzere

$$\frac{NK}{PK} = \frac{a \sin E}{b \sin E} = \frac{a}{b} \quad (3.13)$$

olduğu kolayca görülebilir. Elips üzerinde hareket eden bir cismin, T anında enberi noktasından geçerek t anında, şekildeki P konumuna geldiğini varsayalım. Yani cisim, $(t - T)$ sürede enberi noktasından, P noktasına varmış olsun. Burada T 'ye enberiden geçiş zamanı denir. Şimdi,

$$\text{Alan}(PFA) = \text{Alan}(PFK) + \text{Alan}(PKA) \quad (3.14)$$

alan eşitliğini dikkate alalım. Burada $\text{Alan}(PFA)$, yarıçap vektörünün, $t - T$ sürede taradığı alana eşittir ve Keplerin 2. yasası uyarınca

$$\text{Alan}(PFA) = \pi ab \frac{t - T}{P} \quad (3.15)$$

yazabiliriz. Burada, πab elipsin alanıdır ve yarıçap vektörü bu alanı P sürede tarar. P 'ye dolanma dönemi denir. Şimdi PFK üçgen alanını hesaplayalım. Şekle göre, $FK = OK - OF$ olup, $OK = a \sin E$ ve $OF = c = ae$ 'dir. O halde $FK = a(\sin E - e)$ olur. Yine şekilden de görüleceği üzere $PK = MH = b \sin E$ 'dir. Sonuç olarak

$$\text{Alan}(PFK) = \frac{1}{2} ab \sin E (\sin E - e) \quad (3.16)$$

olur. Son olarak PKA elips parçasının alanını hesaplayalım. (3.13) ilişkisi ve temel analiz bilgilerimiz yardımıyla

$$\text{Alan}(PKA) = \frac{b}{a} \text{Alan}(NKA) \quad (3.17)$$

yazabiliriz. Halbuki, NKA alanı NOA daire diliminin alanı ile NOK üçgeninin alanları farkına eşittir. E merkez açılı, ve a yarıçaplı NOA daire diliminin alanı,

$$\text{Alan}(NOA) = \frac{E}{2\pi} \pi a^2 \quad (3.18)$$

dır. Gelelim NOK üçgeninin alanına. Şekle göre, $OK = a \cos E$ ve $NK = a \sin E$ ve buradan da

$$\text{Alan}(NOK) = \frac{1}{2} a^2 \sin E \cos E \quad (3.19)$$

dır. O halde,

$$\text{Alan}(NKA) = \frac{E}{2\pi} \pi a^2 - \frac{1}{2} a^2 \sin E \cos E \quad (3.20)$$

ve (3.17)'den

$$\text{Alan}(PKA) = \frac{E}{2\pi} \pi ab - \frac{1}{2} ab \sin E \cos E \quad (3.21)$$

elde edilir. (3.15) ve (3.16) ve (3.21) ifadeleri (3.14)'de yerine konur ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa

$$E - e \sin E = \frac{2\pi}{P} (t - T) \quad (3.22)$$

Kepler denklemi elde edilir. Burada $2\pi/P$ yarıçap vektörünün ortalama açısal hızı olup n ile gösterilir. Bu durumda, $n(t - T)$ çarpımına da, F odağı etrafında, sabit açısal hızla dolanan bir yarıçap vektörünün, $(t - T)$ sürede taradığı açı gözüyle bakabiliriz.

$$M = n(t - T) \quad (3.23)$$

niceliğine, P noktasına ilişkin ortalama ayrıklık adı verilir. Gerçek ayrıklığın 0° ve 180° olduğu durumlarda, yani cisim enberi ve enöte noktalarındayken, gerçek ayrıklık, dış ayrıklık ve ortalama ayrıklık değerlerinin hepsinin bir birine eşit olduğu görülmelidir. O halde, M ortalama ayrıklığı cinsinden Kepler denklemi

$$E - e \sin E = M \quad (3.24)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem sol tarafının, E dış ayrıklığının hem doğrusal hem de trigonometrik fonksiyonlarını içeriyor olması nedeniyle, Kepler denkleminin analitik olarak çözümü yoktur. Bununla birlikte, $e \sin E < 1$ olması ise, yaklaşık çözümlerin elde edilmesine olanak sağlayan bir avantaj olarak karşımızda durmaktadır.

3.4. Kepler denkleminin çözümü

Kepler denkleminin yaklaşık çözümü bir çok yoldan yapılabilir. Bu yöntemlerin önemlileri gök mekaniği dersinde ele alınmaktadır. Burada iterasyon yöntemi ile diferansiyel düzeltme yöntemini vereceğiz.

3.4.1. Kepler denkleminin iterasyon yöntemi ile çözümü

(3.22) Kepler denklemini,

$$E_{i+1} = M + e \sin E_i \quad (3.25)$$

şeklinde iterasyon formülü olarak yeniden yazalım. $e \sin E < 1$ olduğundan bir ilk yaklaşım olarak $E_0 = M$ alınarak iterasyona devam edilir. İstenen duyarlık elde edilince dış ayrıklık açısı bulunmuş olur. (3.24) ya da (3.25) bağıntılarının radyan cinsinden yazıldığına dikkat edilmelidir. Bununla birlikte, bu bağıntıları küçük bir düzeltme ile, derece cinsinden de yazabiliriz:

$$E_{i+1} = M + \frac{180}{\pi} e \sin E_i. \quad (3.26)$$

Örnek: Yer'in, güneş etrafındaki yörüngesinin yarı-büyük eksen uzunluğu $a = 149.6 \times 10^6$ km, dış merkezliği $e = 0.01675$ ve dolanma dönemi $P = 365.3564$ gün olduğuna göre, enberi noktasından geçtikten 100 gün sonra, yörüngesindeki konumunu hesaplayınız.

Çözüm: $n = \frac{360}{P} = 0.98561 \text{ gün}^{-1}$, $M = n(t - T) = 98.561$ olur. $E_0 = M$ kabul eder ve (3.26) iterasyon formülünü kullanırsak,

$$\begin{aligned} E_0 &= 98.56100, \\ E_1 &= 99.51001, \\ E_2 &= 99.50752, \\ E_3 &= 99.50752, \end{aligned}$$

elde edilir. Buna göre, dış ayrıklık, beş basamak duyarlıkla bulunmuş olur. E 'nin bu değeri ile dış merkezlik değeri (3.11)'de kullanılarak, gerçek ayrıklık

$$v = 100^\circ 27'$$

olarak elde edilir. Bu anda yerin, güneşe olan uzaklığı da, (3.3) bağıntısı kullanılarak

$$r = 150.01 \times 10^6 \text{ km}$$

olarak hesaplanır.

Bu örnekte, dışmerkezlik oldukça küçük olduğundan, (3.26) iterasyon formülü hızla yakınsamıştır. Dış merkezliğin büyük olması durumunda yakınsama çok daha yavaş olmaktadır. İterasyon yöntemine bir alternatif olarak yakınsaması daha hızlı olan diferansiyel düzeltme yöntemi kullanılabilir.

3.4.2. Kepler denkleminin diferansiyel düzeltme yöntemi ile çözümü

(3.24) ile verilen Kepler denklemini kullanarak,

$$f(E) = E - e \sin E - M = 0 \quad (3.27)$$

şeklinde dış ayrıklığa bağlı $f(E)$ fonksiyonunu tanımlayalım. E_0 , $f(E)$ fonksiyonunun yaklaşık çözümü ve $E_0 + \Delta E$ 'de gerçeğe daha yakın bir çözüm olmak üzere, $f(E)$ fonksiyonunu $E_0 + \Delta E$ civarında seriye açar, birinci türevden sonraki terimleri ihmal edersek

$$f(E_o + \Delta E) \cong f(E_o) + \Delta E f'(E_o) = 0 \quad (3.28)$$

yazabiliriz. Buna göre dış ayrıklığın düzeltilmiş değerini

$$E = E_o - \frac{f(E_o)}{f'(E_o)} \quad (3.29)$$

şeklinde ya da (3.27) bağıntısını da kullanarak, iterasyon formülü olarak

$$E_{i+1} = E_i + \frac{M - E_i + e \sin E_i}{1 - e \cos E_i} \quad (3.30)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada da (3.30) bağıntısının radyan cinsinden yazılmış olduğuna dikkat edilmelidir. Eğer derece cinsinden çalışılmak isteniyorsa, (3.30) bağıntısında küçük bir düzeltme yapılarak elde edilen

$$E_{i+1} = E_i + \frac{M - E_i + \frac{180}{\pi} e \sin E_i}{1 - e \cos E_i} \quad (3.31)$$

bağıntısı kullanılmalıdır. (3.30) bağıntısında ilk yaklaşım olarak, $E_o = M$ ya da daha da iyisi $E_o = M + e \sin M$ değeri alınabilir.

Örnek: Bir önceki örneği, diferansiyel düzeltme yöntemi ile çözünüz

Çözüm: Derece biriminde çalışmak üzere (3.31) bağıntısını kullanalım. Önceki çözümde olduğu gibi $E_o = M = 98^\circ.56100$ kabul edelim

$$\begin{aligned} E_o &= 98^\circ.56100 \\ E_1 &= 99^\circ.50765 \\ E_2 &= 99^\circ.50752 \\ E_3 &= 99^\circ.50752 \end{aligned}$$

elde edilir.

3.5. Güneşin görünür hareketi

Bilindiği üzere yer, güneş etrafında dış merkezliği $e = 0.01675$ olan elips yörüngede dolanmaktadır. Güneş, bu elipsin odaklarından birinde bulunmaktadır. Kepler yasaları bu türden yörüngelerin özelliklerini ortaya koymaktadır. Güneş etrafındaki hareketimiz sırasında, güneşin uzak gök cisimlerine göre olan konumu sürekli değişir ve bir yıl sonra güneş tekrar aynı konuma gelir. Buna göre güneşin uzak bir yıldızla tekrar aynı konuma gelmesi için geçen süreye, yerin güneş etrafındaki yörünge hareketinin dönemi (yıldızıl – sideral- dönem) denir. Yıldızıl dönem yaklaşık 365.2564 gündür.

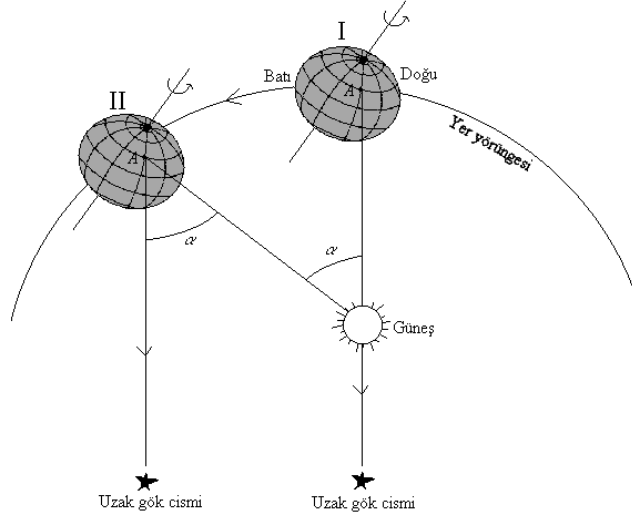
Güneşin görünür hareketinde (günlük hareket dışında) rol oynayan nedenler, öncelikle yerin, güneş etrafında dolanması ve gök eşleği ile yörünge düzleminin (tutulum düzlemi)

çakışık olmamasıdır. Daha önceden de belirtildiği üzere, eşlek düzlemi, tutulum düzlemine $\varepsilon = 23^{\circ}27'$ eğimlidir.

Güneşin, günlük hareket dışında göze çarpan iki hareketi şunlardır: (i) Güneş, uzak gök cisimlerine göre her gün yaklaşık 1° doğuya doğru kaymaktadır. (ii) Güneşin günlük çemberi, çevren çemberine yaz aylarında daha dik iken kışın daha eğiktir. Şimdi bu görünür hareketleri açıklamaya çalışalım.

(i) Güneşin tutulum çemberi boyunca doğuya doğru yıllık hareketi.

Şekil 3.3'de gösterildiği gibi yer, yörüngesinde pozitif yönde her gün yaklaşık 1° yol kateder. Başlangıçta güneş ile uzak bir gök cisminin aynı anda gözlemcinin meridyeninde bulduklarını varsayalım (I konumu). Yer kendi eksenini etrafında dönmeye devam ederken aynı zamanda da güneş etrafındaki dolanma hareketini sürdürecektir. Bu nedenle uzak gök



Şekil 3.3. Güneşin yıllık, doğu yönlü, görünür hareketi. I konumunda güneş ve uzak bir gök cisimi ikisi beraber gözlemcinin meridyenindedir. Yer, örneğin bir ay sonra kendi eksenini etrafında 30 defa dönmüş ve yörüngesinde de yaklaşık 30° ilerleyerek II konumuna gelmiştir. Uzak gök cisimi gözlemcinin meridyeninde iken güneş yaklaşık olarak 30° doğudadır.

cismi tekrar gözlemcinin meridyenine geldiğinde (II konumu), güneş, uzak gök cisimine göre yaklaşık olarak 1° doğuda kalmış olacaktır. Başka bir deyişle, güneşin de gözlemcinin meridyenine gelebilmesi için yerin kendi eksenini etrafında 1° daha dönmesi gerekecektir. Sonuç olarak, güneş uzak gök cisimlerine göre her gün yaklaşık 1° doğuya kayacak ve yaklaşık 360 gün sonra, uzak gök cisimiyle aynı zamanda gözlemcinin meridyeninde bulunacaktır. Şimdi hesaplamalarımızı daha duyarlı olarak yapabiliriz.

Yerin yörüngesinde dolanma dönemi, ya da görünür yörüngede güneşin dolanma dönemi $P_{\odot} = 365.2564$ gün olduğuna göre, güneşin doğu yönlü, yıllık görünür açısal hızı

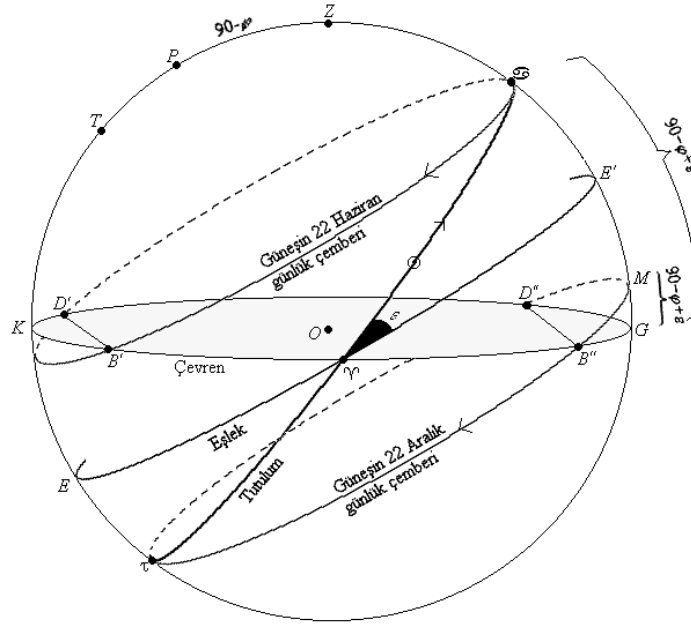
$$n_{\odot} = \frac{360}{P} = 0.98561 \text{ gün}^{-1} = 3^{\text{dk}}56^{\text{s}} \text{ gün}^{-1}$$

olacaktır. Güneşin yıl boyunca izlediği yörünge tutulum çemberi olduğuna göre, güneşin yıllık hareketi olarak şunu söyleyebiliriz: güneş tutulum çemberi boyunca, uzak gök cisimlerine göre her gün yaklaşık $3^{\text{dk}}56^{\text{s}}$ doğuya doğru kayar. Güneş bu yıllık hareketi sırasında her ay bir burçtan (tutulum düzlemi yakınındaki takım yıldızları) geçer. Güneş 21 Mart tarihinde Koç noktasındadır ve bu andan itibaren birer ay arayla, sırasıyla, Boğa, İkizler, Yengeç, Aslan, Başak, Terazi, Akrep, Yay, Oğlak, Kova ve Balıklar takım yıldızlarından geçer.

(ii) Güneşin maksimum yüksekliğinin değişmesi (Mevsimlerin oluşumu gün ve gece sürelerinin değişmesi)

Yerin dönme eksenini tutulum çemberine dik olsaydı, güneş ışınları, örneğin güneşin üst geçişleri sırasında, yer yüzündeki her hangi bir gözlem yerine, yıl boyunca daima aynı açı altında gelirdi. Başka bir deyişle, güneşin üst geçiş yüksekliği yıl içinde hiç değişmez ve böylece mevsimler oluşmazdı. Ayrıca, tutulumla eşleğin çakışması durumunda, güneş daima eşlek üzerinde olacağından gün ve gece süreleri de daima eşit olurdu.

Gerçekte ise tutulum çemberi eşlek düzlemine ε açısı kadar eğiktir ve bunun sonucunda, güneş yıl boyunca tutulum çemberinde hareket ettikçe, dik açıklığı da $-\varepsilon$ ile $+\varepsilon$ arasında değişmektedir. Şekil 3.4'te, $\varphi > 0^\circ$ enlemleri bir gözlem yerinin gök küresinde gösterildiği üzere, 21 Mart tarihinde güneş koç noktasındadır ve bu anda dik açıklığı 0° 'dir. Bu tarihte güneşin günlük çemberi eşleğin kendisidir ve bu nedenle gece ve gündüz süreleri eşittir. Ayrıca bu tarihte güneşin günlük çemberi ile gözlem yerinin çevren çemberi arasındaki açı da $90-\varphi$ 'dir.



Şekil 3.4. Mevsimlerin oluşması ve yıl içerisinde gün süresinin değişmesi. Kuzey enlemleri bir gözlem yerinde ($\varphi > 0^\circ$), 22 Haziranda güneş ışınları daha dik gelir ve gündüz süresi gece süresinden uzundur. 22 Aralıkta durum tersine döner

Güneş doğuya doğru hareketine devam ederek, 22 Haziran tarihinde yengeç noktasına gelir. Bu anda güneşin dik açıklığı $\delta_{\odot} = \varepsilon$ 'dır. Tam bu tarihte güneşin üst geçiş yüksekliği, Şekil 3.4'te gösterildiği üzere, $90-\varphi + \varepsilon$ 'dır. Dolayısıyla, güneş ışınları, 22 Haziran tarihinde, 21 Mart tarihine göre daha dik gelmekte ve sonuç olarak da havalar daha sıcak olmaktadır. Güneşin 22 Haziran'daki günlük çemberi incelendiğinde, bu tarihlerde gün süresinin gece süresinden daha uzun olduğu da anlaşılmaktadır.

Güneş yaklaşık üç ay sonra terazi noktasına gelecek ve durum 21 Mart'takinin benzeri olacaktır. Sonraki üç ayın sonunda ise oğlak noktasına gelecek olan güneşin dik açıklığı minimum değerine ulaşarak $\delta_{\odot} = -\varepsilon$ olacaktır. Şekil incelendiğinde bu tarihte güneşin günlük çemberi ile çevren çemberi arasındaki açının $90-\varphi - \varepsilon$ olduğu anlaşılır. Bu nedenle güneş ışınları gözlem yerine oldukça eğik olarak gelecek ve sonuç olarak da havalar çok daha soğuk olacaktır. Yine şekilden görüleceği üzere, 22 Aralık tarihinde gün süresi gece süresinden daha kısadır.

Uygulama: Enlemi $\varphi = 80^\circ$ olan bir gözlem yerinde en uzun gün süresini yaklaşık olarak hesaplayalım.

Kuzey enlemleri bir gözlem yerinde, gök cisimlerinin batmama koşulu (2.24) eşitsizliği ile verilmiştir. Buna göre

$$\delta_{\odot} \geq 90-\varphi = 10^\circ$$

olduğu sürece, bu gözlem yerinde güneş hiç batmaz. Atmosferin kırma etkisi (34') ile güneşin görünür yarıçapını (16') da dikkate aldığımızda, yukarıdaki koşulu daha doğru olarak

$$\delta_{\odot} \geq 9^\circ 10'$$

olarak yazabiliriz. (2.14a) ve (2.14b) bağıntılarına göre

$$\tan \alpha_{\odot} = \cos \varepsilon \tan \lambda_{\odot}$$

$$\tan \delta_{\odot} = \sin \alpha_{\odot} \tan \varepsilon$$

dır. Buradan, güneşin batmama koşuluna uygun olarak,

$$1^{\text{sa}} 27^{\text{dk}} 21^{\text{s}} \leq \alpha_{\odot} \leq 10^{\text{sa}} 32^{\text{dk}} 39^{\text{s}}$$

ve

$$23^\circ 35' 45'' \leq \lambda_{\odot} \leq 156^\circ 24' 15''$$

elde edilir. 2004 yılı için, yörüngenin günberi boylamı için $\lambda_{\odot} = 283^\circ 00' 33''.4$ değerini kullanabileceğimizi daha önce söylemiştik. Buna göre,

$$100^\circ 35' \leq \nu_{\odot} \leq 233^\circ 23'$$

olmalıdır. (3.11) bağıntısından

$$99^{\circ} 38' \leq E \leq 234^{\circ} 09',$$

(3.24) bağıntısından da

$$99^{\circ} 07' \leq M \leq 234^{\circ} 10'$$

elde edilir. Son olarak da (2.23) bağıntısı yardımıyla,

$$101 \leq t - T \leq 238$$

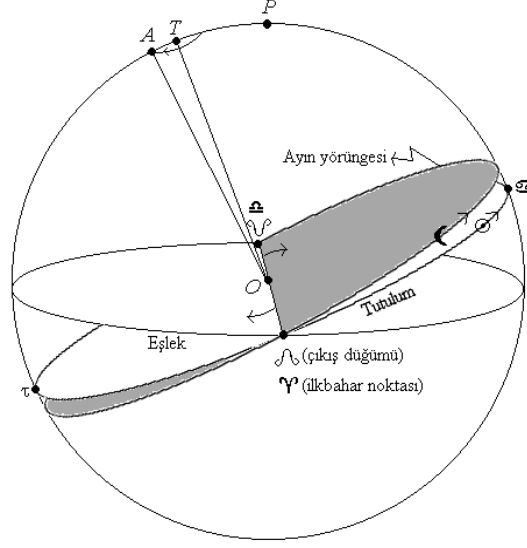
elde edilir. Buna göre söz konusu gözlem yerinde, güneş, yörüngesinin günberi noktasından geçişinden 101 gün sonra batmamaya başlar ve bu durum günberiden geçişten sonraki 238 gün sonraya kadar böylece devam eder. O halde, bu gözlem yerinde güneş yaklaşık olarak 137 gün hiç batmaz. Yani en uzun gün süresi yaklaşık olarak 137 gündür.

3.6. Ayın görünür hareketi

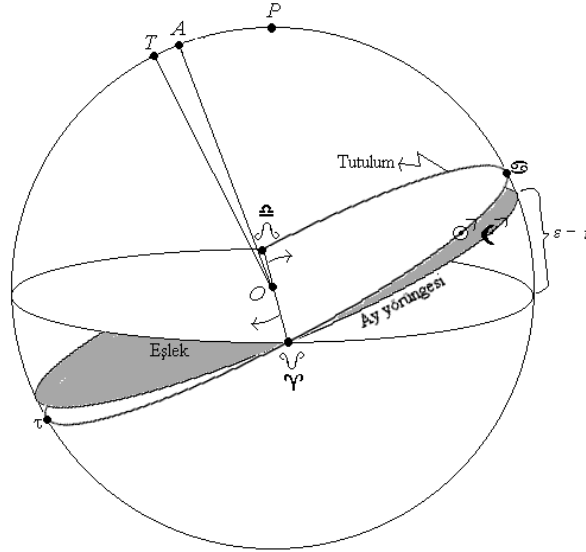
Yerin tek doğal uydusu olan Ay, yer etrafında dışmerkezliği 0.055 ve yarı-büyük eksen uzunluğu 384400 km olan elips bir yörüngede ve pozitif yönde dolanır. Ayın yıldızlı yörünge dolanma dönemi (Ayın, uzak bir yıldızın doğrultusundan ard arda iki geçişi arasındaki süre) $P_{\zeta} = 27.321661$ gündür. O halde, Ayın yörünge açılma hızı $n_{\zeta} = 13^{\circ}.176358 \text{ gün}^{-1} \equiv 52^{\text{dk}} 42^{\text{s}} \text{ gün}^{-1}$ dir. Başka bir deyişle Ay, her gün, uzak yıldızlara göre $52^{\text{dk}} 42^{\text{s}}$ doğuya doğru kayar. Güneşte bu kaymanın her gün yaklaşık $3^{\text{dk}} 56^{\text{s}}$ olduğunu hatırlayınız.

Ayın dönme ve dolanma dönemlerinin eşit olması nedeniyle, yerden bakıldığında daima aynı yüzünü görürüz. Ayın ekvatoru, yörünge düzlemine $6^{\circ} 41'$ ve tutulum düzlemine de yaklaşık olarak $i = 1^{\circ} 32'$ eğiktir. Yani, Ay yörüngesinin tutulumuna inikliği yaklaşık olarak $5^{\circ} 09'$ dir. Ay yörüngesi, tutulum çemberi ile iki noktada kesişir. Ayın aylık görünür hareketi sırasında tutulumun güneyinden, kuzeyine geçerken rastlanan kesim noktasına ay yörüngesinin çıkış düğümü (\nearrow), diğerine de iniş düğümü (\searrow) denir. Çıkış ve iniş düğümlerini birleştiren çizgiye, yani tutulum ile ay yörünge düzleminin arakesit çizgisine, düğümler çizgisi denir. Güneşin doğurduğu tedirginlik nedeniyle, ay yörüngesinin düğümler çizgisi batıya doğru (eksi yönde) her gün yaklaşık olarak $3'.177'$ lık bir kayma hareketi yapar. Dolayısıyla bu kayma hareketinin dönemi 6798.033 gün ya da 18.612 yıldır.

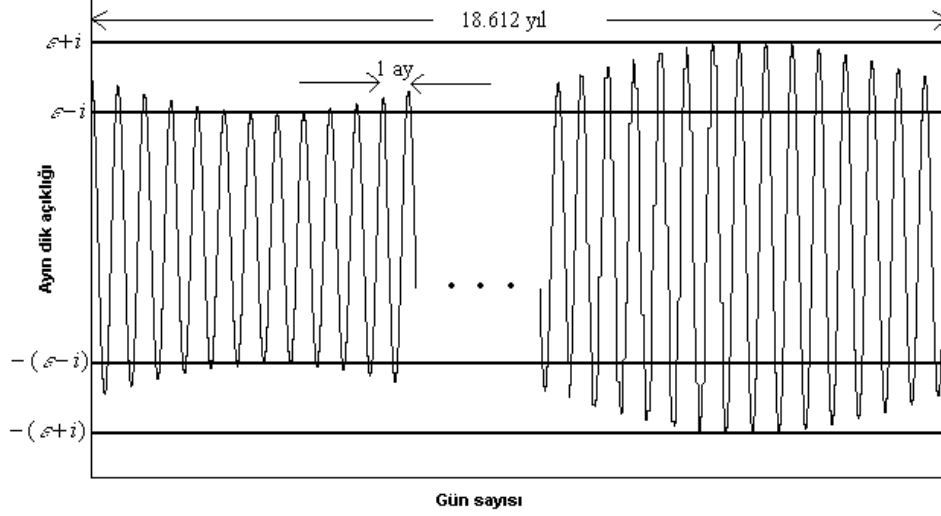
Ay yörüngesinin, çıkış düğümünün, ilkbahar noktası doğrultusunda olduğu an için, tutulum ve eşlek düzlemlerine göre durumu Şekil 3.5'te gösterilmiştir. Bu tarihlerde ay, yörüngesinde bir tam dolanma yaptığında dik açıklığı $-(\varepsilon + i)$ ile $+(\varepsilon + i)$ arasında değişir. Ay yörüngesinin düğümler çizgisi batı yönünde hareketine devam ettiğinde yaklaşık olarak 4.653 yıl sonra çıkış düğümü oğlak doğrultusuna gelir. Artık bu tarihlerde ayın dik açıklığı $-\varepsilon$ ile $+\varepsilon$ arasında değişir. Kaymanın devam etmesiyle çıkış düğümü, terazi doğrultusuna gelir. Artık ayın dik açıklığı bir ay içerisinde $-(\varepsilon - i)$ ile $+(\varepsilon - i)$ arasında değişmektedir. Bu son durum Şekil 3.6'da gösterilmiştir. Çıkış düğümü, yengeç doğrultusunda iken ayın dik açıklığı yeniden $-\varepsilon$ ile $+\varepsilon$ arasında değişmeye başlar. Sonuç olarak, ayın dik açıklığı minimum $-(\varepsilon + i) = -28^{\circ} 36'$ ile maksimum $\varepsilon + i = 28^{\circ} 36'$ arasında değişir ve değişimin dönemi 18.612 yıldır. Buna Saros dönemi denir. Ayın dik açıklığının değişimi, şematik olarak, Şekil 3.7'te verilmiştir.



Şekil 3.5. Çıkış düğümünün, ilkbahar doğrultusunda olduğu an için ay yörüngesinin, eşlek ve tutulum düzlemlerine göre durumu. Bu tarihlerde ayın dik açıklığının, bir aylık süre içerisinde $-(\epsilon + i)$ ile $+(\epsilon + i)$ arasında değiştiğine dikkat edilmelidir. Düğümler çizgisinin güneşin tedirginliği nedeniyle batı yönlü hareketinin bir sonucu olarak ay yörünge düzleminin kuzey uçlağı da, tutulumun kuzey uçlağı etrafında negatif yönde bir dolanım hareketi yapar.



Şekil 3.6. Çıkış düğümünün, terazi doğrultusunda olduğu an için ay yörüngesinin, eşlek ve tutulum düzlemlerine göre durumu. Bu tarihlerde ayın dik açıklığı, bir aylık süre içerisinde $-(\epsilon - i)$ ile $+(\epsilon - i)$ arasında değişir.



Şekil 3.7. Ayın dik açıklığının değişiminin şematik gösterimi.

3.6.2. Zaman birimi olarak ay tanımları

Ay tekerciğinin, çeşitli noktalardan ard ardına geçişler dikkate alınarak değişik ay tanımları yapmak mümkündür.

1) **Yıldızıl (sideral) ay:** Ay tekerciğinin uzak yıldızlardan her hangi birinin doğrultusundan ard ardına iki geçişi arasındaki süre olup uzunluğunun $P_{\zeta} = 27.321661$ gün olduğunu daha önce söylemiştik.

2) **Dönencel (Tropical) ay:** Ay tekerciğinin, koç noktasından ard ardına iki geçişi arasındaki süre. Koç noktası, tutulum boyunca her yıl yaklaşık $50''.28$ batıya kaymaktadır. Yani koç noktasının dolanma dönemi $P_{\gamma} = 25776$ yıldır. Buna göre dönencel ay uzunluğu $P_{dö}$

$$n_{dö} = \frac{360}{P_{dö}} = \frac{360}{P_{\zeta}} + \frac{360}{P_{\gamma}} \quad (3.32)$$

bağıntısından $P_{dö} = 27.321582$ gün olarak elde edilir.

3) **Ejderel (Draconitic) ay:** Ay tekerciğinin, çıkış ya da iniş düğümlerinden birinden ard ardına iki geçişi arasındaki süre. Düğümler çizgisi batıya doğru kaymakta ve kaymanın dönemi $P_{\delta} = 18.612$ yıldır. Buna göre, ejderel ay uzunluğu

$$n_{ej} = \frac{360}{P_{ej}} = \frac{360}{P_{\zeta}} + \frac{360}{P_{\delta}} \quad (3.33)$$

bağıntısından $P_{ej} = 27.21222$ gün olarak elde edilir.

- 4) **Ayrıksıl (Anomalistic) ay:** Ay tekercığının, yörüngesinin enberi noktasından, ard ardına iki geçişi arasındaki süre. Ay yörüngesinin eksen dönme hareketi nedeniyle bu süre yıldızıl aydan farklıdır. Ay yörüngesinin (pozitif yönlü) eksen dönme hareketinin dönemi $P_{eb} = 8.85017$ yıl olduğundan, ayrıksıl ay uzunluğu $P_a = 27.554551$ gün olarak bulunur.
- 5) **Kavuşul (Synodic) ay:** Ayın her hangi bir evresinden, örneğin yeni ay evresinden, ard ardına iki geçişi arasındaki süre. Ay ve güneş her ikisi de pozitif yönlü hareket yaparlar, bu nedenle kavuşul ay uzunluğu P_K

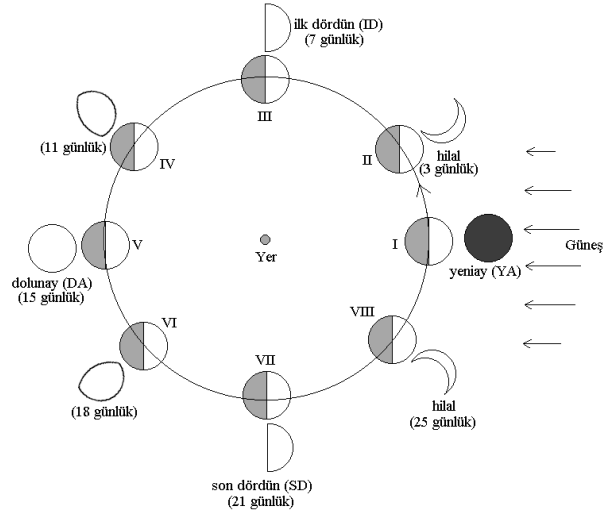
$$n_K = \frac{360}{P_K} = \frac{360}{P_{\oplus}} - \frac{360}{P_{\odot}} \quad (3.34)$$

bağıntısından $P_K = 29.530589$ gün olarak bulunur.

3.6.3. Ayın evreleri

Ayın kendi ışığı yoktur. Onu ancak güneşten yansıttığı ışık sayesinde görebilmekteyiz. Yansıtan yüzeyin şekli ve büyüklüğü; yer, ay ve güneşin bir birlerine göre olan konumlarına bağlıdır. Ay ve güneş yerden bakıldığında aynı büyüklükte görünürler (her ikisinin de görünür yarıçapı yaklaşık olarak $16''$ 'dir.). Buna göre, eğer ay tam olarak güneş doğrultusunda olursa (kavuşma konumu), aydan yansıyan ışınların hiç biri yere gelmeyeceğinden ay görünmez. Bu evreye “**yeniyay**” evresi diyoruz. Ayın evrelerinin oluşumu Şekil 3.8’de şematik olarak verilmiştir. Burada yer ve güneş durağan kabul edilmiş ve ayın yer etrafındaki yörüngesi üzerindeki farklı konumları ve bu konumlarda ortaya çıkan görünüşleri (evreleri) gösterilmiştir. Yeniay evresinden sonra pozitif yönlü hareketine devam eden ay yavaş yavaş güneş ışınlarını yere doğru göndermeye başlar. Ayın, yeniay evresinden sonraki ilk bir kaç gün içindeki görüntüsü “**hilal**” olarak adlandırılır. Günler ilerledikçe hilal kalınlaşmaya devam eder ve yeniaydan yaklaşık olarak yedi gün sonra ay tekerinin yarısı aydınlık, yarısı karanlık olur. Bu evreye “**ilk dördün**” evresi denir. İlerleyen günlerde ayın aydınlık kısmı artmaya devam eder ve yeniay evresinden yaklaşık 15 gün sonra tamamı aydınlık olarak görünür. Bu anda ay yerin bir tarafında ve güneş diğer tarafındadır (karşı konum). Ayın tamamen aydınlık olarak görüldüğü bu evreye “**dolunay**” evresi denir. Bu andan itibaren ayın aydınlık kısmı giderek azalmaya başlar ve yaklaşık olarak 7 gün sonra yani yeniay evresinden yaklaşık olarak 21 gün sonra yeniden yarısı aydınlık, yarısı karanlık hale gelir. Bu evreye de “**son dördün**” evresi denir. İlk ve son dördün evrelerinin ikisinde de ayın yarısı görünmektedir fakat aralarındaki fark şudur: ilk dördün evresinde aydınlık kısım batıya yönelirken, son dördün evresinde ise doğuya yöneliktir.

Ayın evreleri tanım gereği kavuşul ay süresinde ($P_K = 29.530589$ gün) tekrarlanır. Ay evreleri yeniaydan itibaren sayılır. Başka bir deyişle yeniay evresinde ay sıfır günlüktür, ilk dördün evresinde 7 ve dolunay evresinde 15 günlüktür. Geçmişte, ayın bu şekilde evrelerine göre tanımlanan ay takvimleri kullanılmıştır. Günümüzde bile bazı islam ülkelerinde, Ramazan ayının başlangıcı, yeniay evresinden sonraki ilk hilalin gözlenmesiyle belirlenmektedir.



Şekil 3.8. Ayın evrelerinin şematik açıklaması. I konumunda (kavuşum konumu) ay ve güneş aynı hizadadırlar ve ay görülmez (yeniay evresi). V konumunda (karşı konum) ay tekerciğinin tamamı aydınlık görülür (dolunay evresi).

Yıldızıl yıl uzunluğunun, kavuşul ay uzunluğunun tam katı olmaması nedeniyle, verilen bir tarihte gözlenen evre tam bir yıl sonra gözlenmez. Veya Ramazan ayı, tekrar tam bir yıl sonra başlamaz. 12 kavuşul ay süresi $12P_k = 354.3671$ gün olup, bir yıldan yaklaşık olarak 11 gün daha kısadır. O halde, ayın evreleri her yıl 11 gün önceye kayar. Ramazan ayı da bu nedenle her yıl 11 gün öne kayar.

3.6.4. Ayın görülme süresi

Ayın dik açıklığının sürekli değiştiğini daha önce görmüştük. Bu ise görülme süresinin değişeceği anlamına gelir. Olayı basitçe gözden geçirebilmek için, ayın yörüngesinin çıkış düğümünün yaklaşık olarak koç noktası doğrultusunda olduğu bir yılı ele alalım. Bu durumda ayın dik açıklığı, Şekil 3.5'ten de anlaşılacağı üzere, $-(\epsilon + i)$ ile $+(\epsilon + i)$ arasında değişir.

İlkbaharda, Güneş, koç noktası doğrultusundadır. Bu anda yeniay evresinin oluşması için ayın da koç hizasında olması gerekir. O halde bu tarihlerde yeniay evresinde ayın dik açıklığı $\delta_c = 0^\circ$ ve görülme süresi de 12 saattir.

Ay, doğu yönlü aylık hareketine devam ederek bir hafta sonra yengeç doğrultusuna gelir ve ilk dördün evresi oluşur. Bu anda $\delta_c = 28^\circ 36'$ ve görülme süresi de 12 saatten fazladır.

Ay, terazi doğrultusuna geldiğinde ise artık güneşle karşı konumdadır ve dolunay evresi oluşur. Bu anda $\delta_c = 0^\circ$ ve görülme süresi de 12 saattir.

Yeniay evresinden üç hafta sonra ay, oğlak hizasına gelir ve son dördün evresi oluşur. Bu anda $\delta_c = -28^\circ 36'$ ve görülme süresi de 12 saatten kısadır.

Görüldüğü gibi, çıkış düğümünün koç doğrultusunda olduğu tarihlerde, ayın dik açıklığının alabileceği maksimum değer, güneşin dik açıklığının alabileceği maksimum değerden daha

büyükür. Bu nedenle de böylesi bir yılda ayın gözlenebildiği maksimum süre de, güneşin maksimum gözlenebilme süresinden büyükür.

Çıkış düğümünün, koç doğrultusunda olduğu yılın diğer mevsimleri için de benzer bir inceleme yapılabilir. Özet sonuçlar Çizelge 3.1’de verilmiştir.

Çizelge 3.1. Ayın mevsimlere göre konumu ve görülme süreleri
(ay yörüngesinin çıkış düğümü koç noktası doğrultusunda iken)

Mevsim	Güneşin konumu	Evre	Ayın konumu	Ayın dik açıklığı	Görülme süresi (saat)
İlkbahar	Koç	Yeniay	Koç	0	12
		İlk dördün	Yengeç	28° 36’	>12
		Dolunay	Terazi	0	12
		Son dördün	Oğlak	-28°36’	<12
Yaz	Yengeç	Yeniay	Yengeç	28° 36’	>12
		İlk dördün	Terazi	0	12
		Dolunay	Oğlak	-28° 36’	<12
		Son dördün	Koç	0	12
Sonbahar	Terazi	Yeniay	Terazi	0	12
		İlk dördün	Oğlak	-28° 36’	<12
		Dolunay	Koç	0	12
		Son dördün	Yengeç	28° 36’	>12
Kış	Oğlak	Yeniay	Oğlak	-28° 36’	<12
		İlk dördün	Koç	0	12
		Dolunay	Yengeç	28° 36’	>12
		Son dördün	Terazi	0	12

Düğümler çizgisinin durağan olmaması nedeniyle, ay yörüngesi ile eşlek düzlemi arasındaki açı dolayısıyla da ayın dik açıklığının değişim aralığı sürekli değişmektedir. Örneğin, çıkış düğümünün, yengeç doğrultusunda olduğu tarihlerde ayın dik açıklığı $-ε$ ile $+ε$ arasında değişir ve bu nedenle söz konusu tarihlerde maksimum görülebilmeye süresi güneşinki ile aynıdır.

Sonuç olarak, ayın görülme süresi, çıkış düğümünün konumu ile yakından ilgili olup, hem mevsimden mevsime hem de yıldan yıla değişmektedir.

3.7. Gezegenlerin görünür hareketleri

Güneş sisteminin diğer önemli üyeleri gezegenlerdir. Güneş etrafında bağımsız yörüngelere sahip olan binlerce gezegen olmasına karşın bunların dokuz tanesi dışındakiler boyutça çok küçükler. Bu nedenle gezegen deyince aklımıza dokuz büyük gezegen gelir. Bunlar güneşe uzaklıklarına göre (Merkür, Venüs, Yer, Mars, Jüpiter, Satürn, Uranüs, Neptün ve Plüto’dur. Büyük gezegenler, güneşe olan uzaklıkları dikkate alındığında iki gruba ayrılır ve

(yer merkezli) görünür hareketleri bazı önemli farklılıklar gösterir. Birinci grup, güneşe ortalama uzaklıkları, yerin, güneşe uzaklığından daha küçük olan Merkür ve Venüs gezegenlerinden ibaret olup bunlara **iç gezegenler** denir. İkinci grup ise güneşe uzaklıkları, yer-güneş uzaklığından daha büyük olan Mars, Jüpiter, Satürn, Uranüs, Neptün ve Plüto gezegenlerinden oluşmaktadır ve bu gruba da **dış gezegenler** denilmektedir.

Keplerin üçüncü yasasına göre (Denklem 3.1), bir gezegen güneşe ne kadar uzaksa, dolanma dönemi de o kadar uzundur. Dolanma döneminin karesi, gezegenin, güneşe uzaklığının kübü ile orantılıdır. Bunun bir sonucu olarak güneşe yakın olan gezegenlerin açısal hızları büyük, uzak olanların ise küçüktür.

Gezegenlerin görünür hareketleri, yer ve gezegenin kendi yörünge hareketlerinin bir sonucu olarak ortaya çıkar ve iç ve dış gezegenler için farklılıklar gösterir.

Hem yer hem de gezegenler güneş etrafında dolandıklarından, yerden bakıldığında gezegenin görünen hareketi oldukça karmaşıktır. Gezegenlerin görünen hareketlerini güneşe ve uzak yıldızlara göre iki türlü inceleyebiliriz.

3.7.1. Gezegenlerin güneşe göre görünür hareketleri

a) İç gezegenlerin güneşe göre hareketleri

Bir iç gezegenin güneşe göre olan görünür hareketini anlamak için Şekil 3.9’da verilen şematik çizimden yararlanabiliriz. Basitlik için, yer ve gezegenin yörünge düzlemleri çakışık kabul edilmiş ve yörünge dışmerkezlikleri dikkate alınmamıştır. Şekilde, yer durağan alınmıştır. Böylece, iç gezegenin, bir kavuşul dönem boyunca yere göre olan görünür hareketi dikkate alınmış oluyor. Tüm gezegenler güneş etrafında pozitif yönlü dolanırlar ve Keplerin üçüncü yasasına göre, güneşe olan uzaklıkları arttıkça yörünge açısal hızları küçülür. Bunun sonucu olarak, bir iç gezegenin, yere göre hareketi de pozitif yönlüdür ve bu görelî hareketin dönemine kavuşul dönem denir. Gezegen, I konumunda iken, yer, gezegen ve güneş aynı hizadadır ve incelememize bu evreden başlayalım. Bu üç gök cisimî bir zaman sonra tekrar aynı hizaya geldiklerinde aradan, gezegenin kavuşul dönemi (P_K) kadar bir süre geçmiş olur. $n_G = 2\pi/P_G$ ve $n_Y = 2\pi/P_Y$, sırasıyla, gezegenin ve yerin dolanma açısal hızları ve $n_K = 2\pi/P_K$ da gezegenin, yere göre açısal hızı olmak üzere,

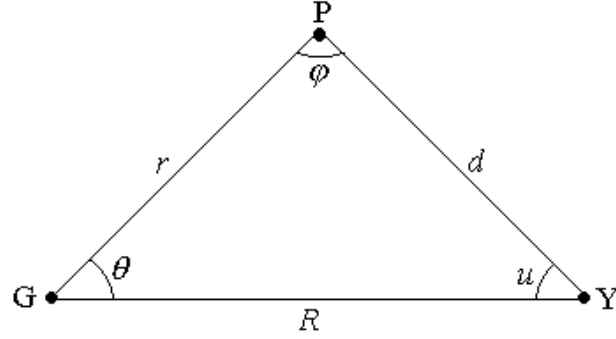
$$n_K = n_G - n_Y \quad (3.35)$$

veya

$$\frac{1}{P_K} = \left| \frac{1}{P_G} - \frac{1}{P_Y} \right| = \frac{1}{P_G} - \frac{1}{P_Y} \quad (3.36)$$

bağıntıları yazılabilir, burada P_G ve P_Y sırasıyla, gezegenin ve yerin dolanma dönemleridir. Şekil 3.9’daki I konumuna “**alt kavuşum**” denir ve bu anda yer-gezegen uzaklığı minimumdur. Gezegen, alt kavuşum evresinde iken görülemez (tıpkı yeniay gibi). Bu andan itibaren, yerden bakıldığında iç gezegen güneşe göre batı yönlü bir harekete sahiptir ve güneşin batısında giderek açılmaya (**uzanım**) başlar ve gün geçtikçe büyüyen bir hilal olarak görülür. Yerden bakıldığında, yer-güneş ile yer-gezegen doğrultuları arasındaki açıya

bağıntısıyla verilir. Eğer, yörüngeleri çember kabul edersek θ , zamanla düzgün olarak artan bir açı olur. Aynı şeyler u ve φ için geçerli değildir.



Şekil 3.10. Güneş, yer ve gezegenin, alt kavuşum konumundan t gün sonraki görelî konumları.

Özel durum olarak, en büyük uzanım (u_{max}) durumunda φ evre açısı 90° olacağından PGY dik üçgeninden

$$\sin u_{max} = \frac{r}{R} \quad (3.38)$$

yazabiliriz. Eğer yer-güneş uzaklığı AB cinsinden alınır, ($R = 1 AB$)

$$\sin u_{max} = r(AB) \quad (3.39)$$

olur.

Aynı evredeki θ açısı ise,

$$\cos \theta = r(AB) \quad (3.40)$$

olacağından, alt kavuşumdan sonra, gezegenin en büyük uzanıma gelmesi için geçen süre, (3.37) bağıntısının da yardımıyla

$$t = \frac{P_K}{2\pi} \cos^{-1} r \quad (3.41)$$

olarak elde edilir.

Örnek: Venüsün güneşe ortalama uzaklığı $r = 0.723 AB$, yörüngesinin tutuluma inikliği $i = 3^\circ 23'$ ve dolanma dönemi $P = 224.7$ gündür. En büyük batı uzanımında iken uzanımı kaç derecedir ve alt kavuşum evresinden kaç gün sonra en büyük batı uzanımına ulaşır?

Çözüm: i çok küçük olduğundan yörünge düzlemi, tutuluma çakışık alınabilir ve dışmerkezliğin çok küçük olması nedeniyle de yörünge çember varsayılabilir. Yerin yıldızlı dolanma dönemi 365.2564 gün olduğuna göre (3.35) ve (3.36) bağıntılarından $n_K = 0.0107604 \text{ rad gün}^{-1}$, $P_K = 583.92 \text{ gün}$

bulunur. (3.39) bağıntısından

$$u_{\max} = 46^\circ 18' 10''$$

ve (3.41) bağıntısından da

$$t = 70.88 \text{ gün}$$

elde edilir. Şekil 3.9'a göre, Venüs, IV konumundan II konumuna kadar yaklaşık olarak 141.76 gün süreyle güneşe göre batı yönlü ve II konumundan IV konumuna kadar da 442.16 gün süreyle doğu yönlü hareket eder.

Şimdi, Şekil 3.10'a geri dönelim. PGY üçgeninde sinüs formülü uygulanırsa, (uzaklıklar AB cinsinden ifade edildiğinde)

$$\sin u = r \sin \varphi \quad (3.42)$$

yazabiliriz. Ayrıca,

$$\sin(\theta + \varphi) = \sin(180 - u) = r \sin \varphi \quad (3.43)$$

yazılabilir. Sol taraf açılır ve düzenleme yapılırsa, evre açısı için

$$\tan \varphi = \frac{\sin \theta}{r - \cos \theta} \quad (3.44)$$

bağıntısı elde edilir. Burada θ 'nın (3.37) ile verildiğini tekrar belirtelim.

Eğer PGY üçgeninde, (3.42) bağıntısının da yardımıyla

$$\sin(\theta + u) = \sin(180 - \varphi) = \frac{1}{r} \sin u \quad (3.45)$$

yazılır ve sol taraf açılarak gerekli düzenleme yapılırsa, uzanım açısı için

$$\tan u = \frac{r \sin \theta}{1 - r \cos \theta} \quad (3.46)$$

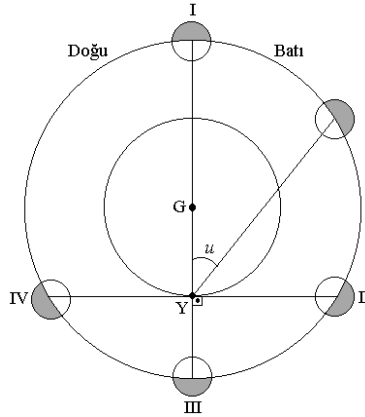
bağıntısı elde edilir. Burada elde ettiğimiz bağıntıların birer yaklaşık ifade olduğunu tekrar belirtmekte fayda var. Gerçek durum için gezegenin yörüngesinin tutuluma inikliği ile yer ve gezegen yörüngelerinin dışmerkezlikleri de hesaba katılmalıdır.

b) Dış gezegenlerin güneşe göre hareketleri

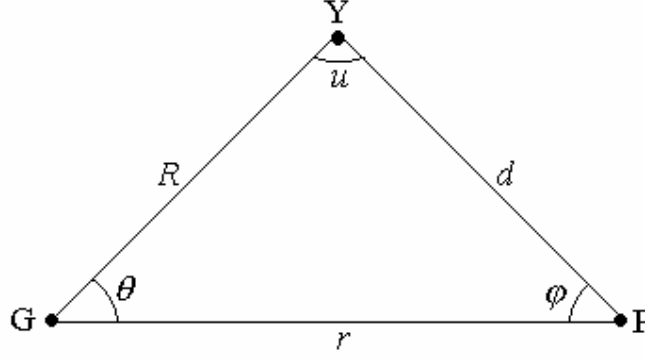
Bir dış gezegenin güneşe göre olan görünür hareketi Şekil 3.11’de şematik olarak verilmiştir. Burada da yine Şekil 3.9’da olduğu gibi yer, yörüngesinde durağan kabul edilmiş ve gezegenin güneş etrafında $n_K = n_G - n_Y$ açısal hızıyla dolandığı varsayılmıştır. Burada $n_G < n_Y$ olduğundan $n_K < 0$ olup, dış gezegenin, yere göre olan görelî hareketi negatif yöndedir. Buna göre dış gezegenlerin kavuşul dönemleri

$$\frac{1}{P_K} = \left| \frac{1}{P_G} - \frac{1}{P_Y} \right| = \frac{1}{P_Y} - \frac{1}{P_G} \quad (3.47)$$

bağıntısı ile verilir. Şekil 3.11’de, dış gezegen I konumunda iken, gezegen ve güneş yerin aynı taraflarındadırlar. Başka bir deyişle gezegen 0° uzanımdadır. Gezegenin yere en uzak olduğu bu konuma “**kavuşma konumu**” denilmektedir. Bu sıralarda gezegen ve güneş birlikte doğar, birlikte batırlar. Bu nedenle gezegeni gözleyebilmek mümkün olmaz. Bu andan itibaren gezegen batı yönlü (negatif yön) görelî hareketine devam ederek güneşin batısına geçer, uzanımı giderek büyür. Gezegen batı uzanımında iken güneşten önce doğar ve önce batır. Uzanım artmaya devam ederek II konumunda 90° ’ye ulaşır. Bu konuma “**90° batı uzanımı**” denir. Bu sıralarda güneş doğarken gezegen gözlem yerinin meridyeni civarındadır. Gezegen III konumuna geldiğinde, güneş ve gezegen yerin zıt tarafındadır. Yere en yakın olduğu bu konuma “**karşı konum**” denir. Karşı konumda iken gezegen doğarken güneş batmaktadır. Bu nedenle gezegenin en uzun süre ile gözlenebildiği dönem uzanımın 180° olduğu karşı konum evresidir. Bu andan itibaren gezegenin negatif yönlü hareketi devam eder ve gezegen güneşin doğusunda kalmış olur. Artık gezegen doğu tarafından batısındaki güneşe yaklaşmaktadır. Uzanım, azalarak IV konumunda 90° olur. Bu konuma “**90° doğu uzanımı**” denir. Bu tarihlerde güneş batarken gezegen hemen hemen meridyendedir. Gezegenin uzanımı azalmaya devam eder ve incelemeye başladığımız I konumundan P_K kavuşul dönemi kadar bir süre geçtikten sonra tekrar I konumuna gelmiş olur.



Şekil 3.11. Bir dış gezegenin görünür hareketi. Gezegen yörüngesinin, tutulum ile çakışık olduğu varsayılmıştır.



Şekil 3.12. Güneş, yer ve bir dış gezegenin, alt kavuşum konumundan t gün sonraki göreceli konumları.

Şimdi her hangi bir anda, Şekil 3.12’de olduğu gibi yer, güneş ve bir dış gezegeni dikkate alalım. Burada durum Şekil 3.10’da verilenle aynıdır fakat gezegen ile yerin rolleri değişmiştir. Şekil 3.10’daki u yerine burada φ ve Şekil 3.10’daki φ açısı yerine de burada u açısı gelmiştir. Ayrıca R ve r yarıçaplarının da yerleri değişmiştir. Önceki kesimdekine benzer bir analizle (3.44) ve (3.46) bağıntılarının, dış gezegenler için de geçerli olduğu anlaşılır.

Dış gezegen, 90° doğu ya da 90° batı uzanımında ise, yani GYP üçgeninde $u = 90^\circ$ ise ($R = 1$ AB olmak üzere), güneşe olan r uzaklığı için

$$r = \frac{1}{\sin \varphi} \quad (3.48)$$

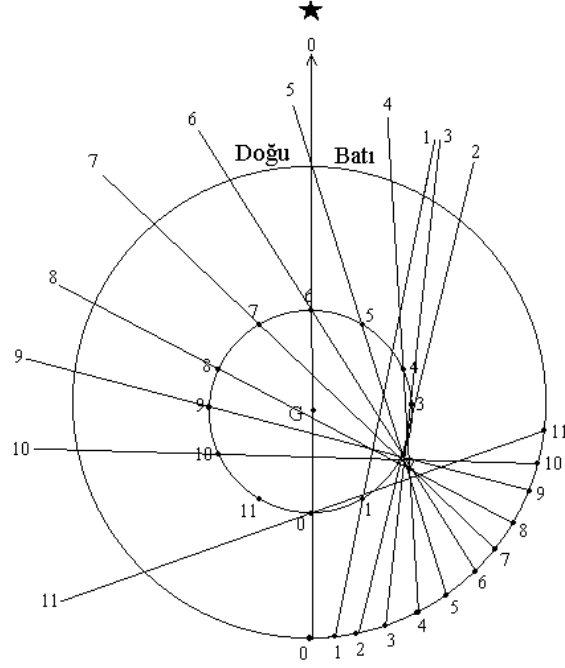
bağıntısını yazabiliriz.

3.7.2. Gezegenlerin uzak yıldızlara göre görünür hareketleri

a) İç gezegenlerin uzak yıldızlara göre görünür hareketleri

Şekil 3.13’de yer ile hayali bir iç gezegen dikkate alınmıştır. Yer yörüngesinde 0-11 konumlarını kat ederken iç gezegen kendi yörüngesinde bir tam dolanım yapmaktadır. İncelememize 0-0 konumundan (alt kavuşum konumu) başlayalım. Gezegen ve yerin eşit zaman aralıklarında yörüngelerindeki konumları aynı rakamlar ile belirtilmiştir. 0-0 konumunda, yerden bakılınca gezegen ve yıldız aynı doğrultudadır. Hem yer hem de gezegen yörüngelerinde pozitif yönde hareket ederek, kendi yörüngelerindeki 1 ile gösterilen konumlara geldiklerinde gezegen, yıldızın doğusunda uzanmıştır. Gezegenin doğu yönlü hareketi 2-2 konumuna değin devam eder. 2-2 konumunda gezegen en büyük batı uzanımındadır. O halde, 0-0 konumundan 2-2 konumuna kadar gezegen, yıldıza göre doğu yönlü hareket etmiştir. Buna gezegenin “**geri hareketi**” denir. Bu andan itibaren gezegen batı yönlü hareket başlar ve yeniden yıldıza yaklaşmaya başlar. Gezegenin, yıldıza göre doğuya doğru olan hareketine de “**ileri hareket**” denir. 3-3 konumunda yıldız, ileri hareket sonucunda yıldıza yaklaşmış, 4-4 konumunda yaklaşma devam etmiş ve 5-5 konumunda ise gezegen yıldızın doğusuna geçmiştir. Uzunca bir süre gezegen yıldızın

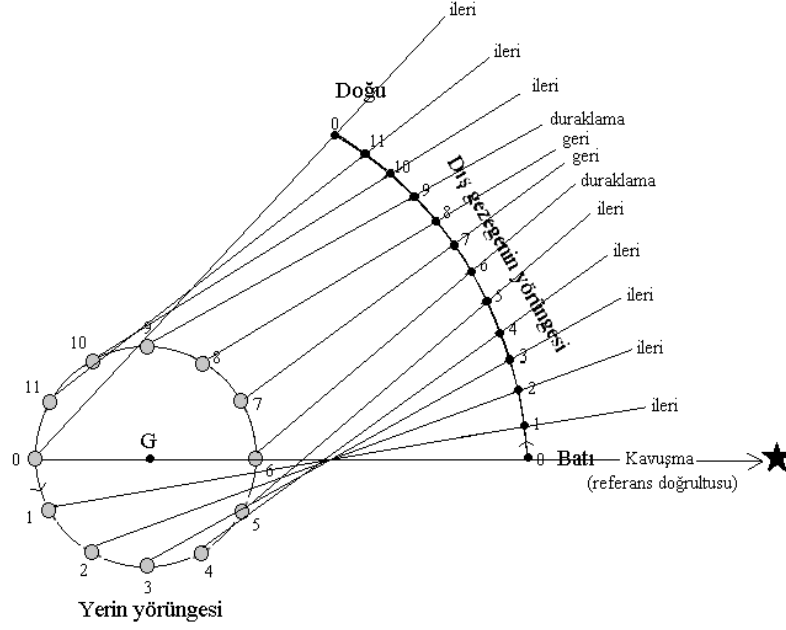
doğusunda olmak üzere ondan uzaklaşmaya devam eder. 11-11 konumunda neredeyse en büyük doğu uzanımına gelmiştir. Hareketin yön değiştirme zamanlarında kısa süreli duraklamalar olur. Sonuç olarak, bir iç gezegenin yıldızlara göre olan görelî hareketi genel olarak ileri yönlü (doğu yönlü) olmakla beraber, kısa süreli duraklamalar ve geri yönlü hareketler de gösterir.



Şekil 3.13. Bir iç gezegenin 0-0 doğrultusundaki bir uzak yıldızla göre görünür hareketi. 0-0 konumundan 2-2 konumuna (en büyük batı uzanımı) kadar hareket geri yönlü iken bu andan itibaren 11-11 konumuna (yaklaşık olarak en büyük batı uzanımı) kadar ileri yönlüdür. Görelî hareket, 2-2 ve 11-11 konumlarındaki kısa süreli duraklamadan sonra yön değiştirmektedir.

b) Dış gezegenlerin uzak yıldızlara göre görünür hareketleri

Bir dış gezegenin uzak yıldızlara göre olan hareketi Şekil 3.14'de şematik olarak açıklanmıştır. Şekle göre, yer yörüngesinde 360° yol aldığı anda (1 yıllık süre), hayali dış gezegen kendi yörüngesinde yalnızca 60° yol almaktadır. Başka bir deyişle yer yörüngesinde her ay 30° yol alırken, hayali dış gezegen 5° yol almaktadır. Yer ve gezegen yörüngesindeki aynı numaralar, onların eşit zaman aralıklarında yörüngelerinde buldukları konumları göstermektedir. Başlangıç olarak kavuşma konumu (0-0 konumu) alınmış ve 0-0 doğrultusu başlangıç kabul edilerek, dış gezegenin, bu doğrultudaki yıldızla göre yapmış olduğu hareket incelenmiştir. Şekilde, her konum için, gezegenin hareketinin türü de (ileri, geri ve duraklama olarak) belirtilmiştir. Görüleceği üzere hareket genel olarak ileri olmakla birlikte zaman zaman duraklama ve geri yönlü hareket de yapmaktadır.



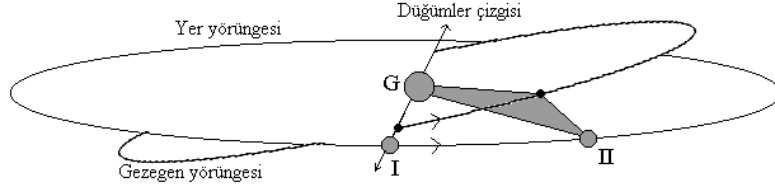
Şekil 3.12. Yer ile bir dış gezegenin güneş etrafındaki hareketlerinin şematik gösterimi. Yer yörüngesinde her ay 30° yol alırken, dış gezegen aynı süre içerisinde kendi yörüngesinde 5° yol almaktadır. Yerden bakıldığında, gezegenin gözleendiği doğrultunun, uzak yıldızlara göre (referans doğrultusuna göre) konumları ve her bir konum için hareketin yönü belirtilmiştir.

3.7.3. Gezegen Geçişleri

Şekil 3.9'dan anlaşılacağı üzere, iç gezegenler hem güneşin önünden hem de arkasından geçerler. Eğer bir gezegen güneşin arkasından geçiyorsa buna "**örtülme**" denir. Gezegen güneşin önünden geçiyorsa buna da "**gezegen geçişi**" denir. Şekil 3.12 incelendiğinde, dış gezegenler için geçiş olmadığı görülür. O halde yalnızca Merkür ve Venüs geçişleri vardır. Gezegen geçişlerinin alt kavuşum konumlarında olması açık olarak bellidir. Bununla birlikte, Merkür yörüngesi tutuluma $7^\circ 00' 16''$, Venüs yörüngesi de $3^\circ 23' 40''$ eğiktir. Bu nedenle her alt kavuşumda iç gezegenler güneş diskinin önünden geçmezler. Geçişlerin olabilmesi için alt kavuşum konumunun, gezegen yörüngesine ilişkin düğümler çizgisinin çok yakınında meydana gelmesi gerekir (bkz. Şekil 3.13). Şimdi Şekil 3.13'de gösterildiği gibi I konumunda bir gezegen geçişi gözlediğimizi varsayalım. Tekrar bu düğümde bir geçiş olabilmesi için aradan hem yerin dolanma dönemi P_Y hem de gezegenin dolanma dönemi P_G 'nin tam katı kadar bir süre geçmesi gerekir. Eğer diğer düğümde meydana gelecek kavuşma konumunu da dikkate alırsak en genel durumda iki geçiş arasındaki süre P_Y ve P_G 'nin tam ya da buçuklu bir ortak katıdır. Eğer iki geçiş arasında, yer ve gezegenin yörüngelerinde yaptıkları tam dolanımların sayılarını, sırasıyla m ve n ile gösterirsek,

$$mP_{\odot} = nP_G \quad (3.48a)$$

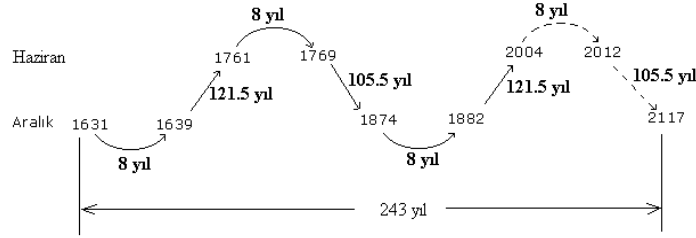
veya



Şekil 3.13. Gezegen geçişi. Eğer alt kavuşum gezegen yörüngesinin düğümler çizgisi civarında ise gezegen güneşin önünden geçer (I konumu). Eğer alt kavuşum, düğümler çizgisinin yeterince uzağında ise gezegen geçişi gözlenemez (örneğin II konumundaki kavuşma konumunda geçiş meydana gelmez).

$$(m + \frac{1}{2})P_{\odot} = (n + \frac{1}{2})P_G \quad (3.48a)$$

yazabiliriz. Venüs için yapılan, gözlemler ve incelemeler, geçişlerin 8, 121.5, 8, 105.5 yıl aralıklarla tekrarlanacağını ortaya koymaktadır. İlk geçiş zamanını sıfır kabul edersek, ikinci geçiş 8 yılında, üçüncüsü 129.5 yılında, dördüncüsü 137.5 yılında ve sonuncusu da 243 yılında meydana gelmektedir. Tarihte gözlenen Venüs geçişleri Şekil 3.14'te gösterilmiştir..



Şekil 3.14. Tarihte gözlenen venüs geçişleri. Son venüs geçişi 8 Haziran 2004 tarihinde meydana gelmiştir. Venüs geçişinin Haziran 2012 ve Aralık 2117 tarihlerinde tekrarlanması beklenmektedir.

Kaynaklar

Green, R. M.: "Spherical Astronomy", Cambridge University Press, Cambridge, 1988.

Kızılırmak, A.: "Gökbilim Dersleri Cilt I Küresel Gökbilim", Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Kitapları Serisi No. 72, Ege Üniversitesi Matbaası, Bornova, 1977.

Smart, W. M.: "Küresel Astronomi", (Çeviren: Nüşet T. Gökdoğan), İstanbul Üniversitesi Yayınları Sayı:1141, Şirketi Mürebbiye Basımevi, İstanbul, 1965.